Revista de Educación Estadística
https://revistaeduest.ucm.cl/
Vol. 5, pp. 1-35, ene. 2026 - dic. 2026
ISSN 2810-6164

DOI: https://doi.org/10.29035/redes.5.1.4

RECONSTRUCCIÓN DEL HOLOSIGNIFICADO DE LA PROBABILIDAD A PARTIR DE SU TRAYECTORIA ONTOSEMIÓTICA

Reconstrução do holosignificado da probabilidade a partir de sua trajetória ontossemiótica

Reconstructing the probability holomeaning from its onto-semiotic trajectory

Juan D. Godino[1]
Universidad de Granada (Granada, España)

Resumen
La probabilidad carece de una interpretación única consensuada: su desarrollo histórico ha producido significados parciales —intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo, axiomático, lógico y propensionista— que coexisten con relaciones de complementariedad y de tensión irreductible. Este artículo tiene por objetivo reconstruir el holosignificado de la probabilidad, es decir, el sistema articulado de significados parciales que se moviliza en el conjunto de contextos de práctica en que cada significado es relevante. El estudio adopta una metodología de análisis histórico-epistemológico apoyada en las herramientas del Enfoque Ontosemiótico Ampliado, aplicadas mediante un modelo de tres niveles: contexto y prácticas, objetos matemáticos emergentes, y dualidades epistémicas y sus tensiones estructurales. Como resultado se obtiene una red articulada de siete significados parciales cuyos nodos se conectan mediante relaciones de complementariedad funcional y de tensión epistémica constitutiva. Se identifica además un holosignificado nuclear —constituido por los cinco primeros significados— con pertinencia matemática directa, y un holosignificado periférico filosóficamente relevante. Se concluye que los conflictos semióticos y ontológicos entre significados no son anomalías sino motores del avance conceptual, y que el holosignificado nuclear proporciona el fundamento epistemológico necesario para el análisis y el diseño de la enseñanza progresiva de la probabilidad.
Palabras clave: Probabilidad, Holosignificado, Enfoque Ontosemiótico Ampliado, Significados de la probabilidad, Didáctica de la probabilidad.

Resumo/ Resumen
A probabilidade carece de uma interpretação única consensuada: o seu desenvolvimento histórico produziu significados parciais —intuitivo, clássico, frequencial, subjetivo, axiomático, lógico e propensionista— que coexistem com relações de complementaridade e de tensão irredutível. Este artigo tem por objetivo reconstruir o holosignificado da probabilidade, isto é, o sistema articulado de significados parciais que se mobiliza no conjunto de contextos de prática em que cada significado é relevante. O estudo adota uma metodologia de análise histórico-epistemológica apoiada nas ferramentas do Enfoque Ontossemiótico Ampliado, aplicadas mediante um modelo de três níveis: contexto e práticas,

*Autor de correspondencia: jdgodino@gmail.com (J.D. Godino)
[1] https://orcid.org/0000-0001-8409-0258 (jdgodino@gmail.com).

objetos matemáticos emergentes, e dualidades epistêmicas e suas tensões estruturais. Como resultado obtém-se uma rede articulada de sete significados parciais cujos nós se conectam mediante relações de complementaridade funcional e de tensão epistêmica constitutiva. Identifica-se ainda um holosignificado nuclear —constituído pelos cinco primeiros significados— com pertinência matemática direta, e um holosignificado periférico filosoficamente relevante. Conclui-se que os conflitos semióticos e ontológicos entre significados não são anomalias, mas motores do avanço conceitual, e que o holosignificado nuclear de referência proporciona o fundamento epistemológico necessário para a análise e o desenho do ensino progressivo da probabilidade.
Palavras-chave: Probabilidade, Holossignificado, Abordagem Ontossemiótica Ampliada, Significados da probabilidade, Didática da probabilidade.

Abstract
Probability lacks a single agreed-upon interpretation: its historical development has produced partial meanings—intuitive, classical, frequential, subjective, axiomatic, logical, and propensionist—that coexist in relationships of complementarity and irreducible tension. This article aims to reconstruct the holomeaning of probability, understood as the articulated system of partial meanings mobilized across the practice contexts in which each meaning is relevant. We adopt a historical-epistemological analysis methodology supported by the tools of the Extended Onto-Semiotic Approach, applied through a three-level model: context and practices, emerging mathematical objects (and processes), and epistemic dualities with their structural tensions. The result is an articulated network of seven partial meanings, whose nodes are connected through relationships of functional complementarity and constitutive epistemic tensions. A nuclear holomeaning comprises the first five meanings, which have direct mathematical relevance, and is complemented by a philosophically relevant peripheral holomeaning. We conclude that semiotic and ontological conflicts between meanings are not anomalies but drivers of conceptual development, and that the nuclear holomeaning provides the epistemological foundation for analyzing and designing the progressive teaching of probability.
***Keywords*:** Probability, Holomeaning, Extended Ontosemiotic Approach, Meanings of probability, Didactics of probability.

Recibido: 20/06/2026 - *Aceptado*: 02/09/2026

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad ocupa una posición singular en el panorama de las ciencias matemáticas. A diferencia de la aritmética, la geometría o el álgebra, cuyo desarrollo histórico culminó en estructuras conceptuales ampliamente consensuadas, la probabilidad ha atravesado tres siglos de construcción intelectual sin alcanzar acuerdo sobre la forma de asignar la probabilidad. Dependiendo de las aplicaciones, la probabilidad mide una propiedad objetiva de ciertos experimentos, una regularidad estadística de los fenómenos aleatorios, una disposición física de los sistemas experimentales, o describe el estado de conocimiento de un agente ante la incertidumbre. La pregunta sobre la naturaleza final de la probabilidad permanece abierta en la filosofía de la ciencia contemporánea (Galavotti, 2017) y entre investigadores de diversas disciplinas persiste la tendencia a aplicar una u otra noción, a veces, de manera acrítica,

ignorando los compromisos filosóficos que subyacen a cada interpretación. El presente trabajo parte de la convicción de que esta pluralidad no es un síntoma de inmadurez de la disciplina, sino un rasgo constitutivo del objeto matemático probabilidad, inseparable de su historia y de las diversas comunidades de práctica que lo han desarrollado.

Hacking (1975) capturó esta dualidad, utilizando la imagen de un dios Jano con una cara orientada hacia las regularidades estadísticas del mundo —objetiva, frecuencial, científica, independiente del sujeto— y otra vuelta hacia el grado de creencia racional ante la incertidumbre —subjetiva, epistémica personal, relativa al estado de conocimiento de un agente—. Las sucesivas teorizaciones no representan etapas superadas de un proceso de convergencia hacia una definición única, sino sedimentos de comunidades de práctica diferenciadas que abordaron problemáticas distintas con herramientas conceptuales diversas. Como ha subrayado Batanero (2005), la diferencia entre estos significados no radica únicamente en la definición, sino en cada uno de los elementos del significado que la componen: los campos de problemas, los procedimientos, los lenguajes, los conceptos y los argumentos que cada uno moviliza.

Esta complejidad epistemológica tiene consecuencias directas sobre la enseñanza y el aprendizaje, donde la probabilidad se puede enseñar con diferentes niveles de formalización (Burgos et al., 2022). La investigación ha documentado que los alumnos recapitulan en su aprendizaje las mismas dificultades que jalonaron el desarrollo histórico del concepto (Batanero et al., 2005). La enseñanza progresiva de los distintos significados adoptados en la enseñanza sigue siendo un desafío no resuelto en los currículos escolares (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024), y restringir la probabilidad a uno solo de ellos empobrece irreversiblemente la comprensión del concepto (Batanero y Borovcnik, 2016; Elgueda-Ibarra et al., 2026). El holosignificado que este trabajo reconstruye, incluye las teorías matemáticas que lo componen, además de otras teorías filosóficas. Las primeras constituyen el fundamento epistemológico para el análisis y el diseño curricular: solo una comprensión rigurosa de todos los significados matemáticamente legítimos de la probabilidad, de sus relaciones y sus tensiones, permite identificar qué aspectos están representados en un currículo y cuáles están ausentes, y derivar criterios para una enseñanza progresiva y coherente.

Este artículo propone abordar el estudio histórico-epistemológico del desarrollo de la probabilidad aplicando las herramientas del Enfoque Ontosemiótico Ampliado (EOS-A) (Godino, 2026), marco teórico surgido en la didáctica de la matemática que ofrece instrumentos conceptuales precisos para analizar cómo los objetos matemáticos emergen, se transforman y circulan a través de sistemas de actividad y comunidades de práctica. Desde esta perspectiva, los diferentes significados de la

probabilidad se interpretan como el resultado de procesos de producción de conocimiento llevados a cabo por comunidades de práctica diversas —matemáticos, estadísticos, filósofos, científicos naturales— que, en distintos momentos históricos, abordaron situaciones estocásticas poniendo en juego sistemas de prácticas operativas y discursivas específicas.

El trabajo se propone tres objetivos complementarios. En primer lugar, reconstruir la trayectoria ontosemiótica de la probabilidad como proceso histórico de producción de conocimiento, identificando en cada configuración los campos de problemas que motivaron su desarrollo, las prácticas operativas y discursivas puestas en juego y los objetos matemáticos que emergieron como resultado. Esta reconstrucción se sintetiza en la red de la Figura 3 (§5.1). En segundo lugar, analizar en detalle el significado frecuencial —como caso ilustrativo de la metodología de los tres niveles del EOS-A— y caracterizar los seis significados restantes en sus rasgos esenciales. En tercer lugar, integrar estos análisis para reconstruir el holosignificado de la probabilidad: el sistema articulado de significados parciales, de los cuales la institución matemática moviliza los significados matemáticos en el conjunto de contextos de práctica en que la probabilidad es relevante. El trabajo completa el método de análisis de Batanero (2005), desarrollado por Batanero y Díaz (2007), y lo amplía dotándolo del aparato conceptual sistemático del EOS-A.

El artículo se organiza del siguiente modo. La sección 2 desarrolla el marco teórico del EOS-A. La sección 3 presenta los fundamentos histórico-epistemológicos del análisis y la trayectoria ontosemiótica de la probabilidad en su visión de conjunto. La sección 4 analiza en detalle el significado frecuencial como ejemplo ilustrativo de la metodología de los tres niveles. La sección 5 reconstruye el holosignificado de la probabilidad, examina los conflictos semióticos y ontológicos y discute las implicaciones curriculares. La Sección 6 recoge las conclusiones y las líneas de investigación abiertas.

2. MARCO TEÓRICO: EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO AMPLIADO (EOS-A)

Esta sección presenta los constructos del EOS-A directamente implicados en el análisis de la probabilidad y amplía la exposición en dos aspectos no desarrollados en Godino (2026): el modelo de *tres niveles de análisis* de una configuración ontosemiótica y el constructo *tensión epistémica estructural*. Para una descripción completa del marco, incluidos sus fundamentos epistemológicos y su extensión a sistemas de actividad no educativos, remitimos a Godino (2026).

2.1. Fundamentos del EOS-A

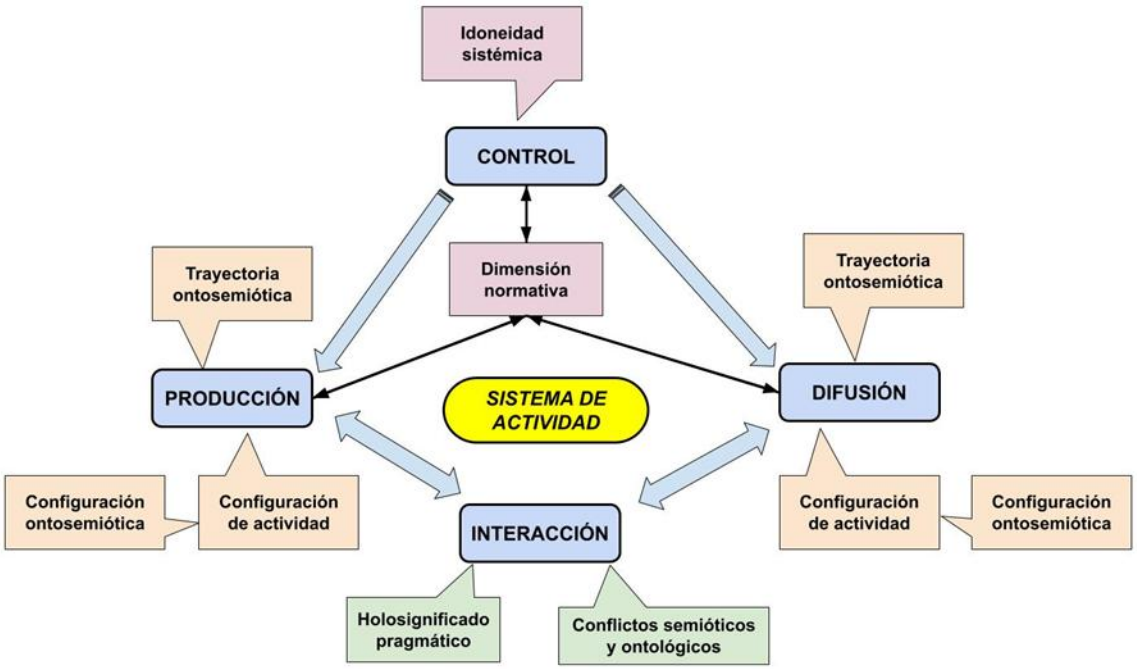
El Enfoque Ontosemiótico (EOS) surgió en la didáctica de la matemática a partir del trabajo de Godino y Batanero (1994) y fue sistematizado en trabajos posteriores (Font et al., 2013; Godino et al., 2007; Godino, 2024). Su principio epistemológico central puede formularse así: los objetos matemáticos emergen progresivamente de los *sistemas de prácticas socialmente compartidas* vinculadas a la resolución de un campo de problemas. Sus bases filosóficas remiten al pragmatismo de Peirce, la filosofía del lenguaje de Wittgenstein y la psicología sociocultural de Vygotsky.

La versión ampliada —el EOS-A— extiende el alcance del marco original para analizar cualquier sistema de actividad, entendido como el conjunto dinámico de sujetos, objetos, herramientas, reglas y relaciones comunitarias que comparten un motivo de actividad (Godino, 2026). Este concepto procede de la Teoría Histórico-Cultural de la Actividad, donde constituye la unidad básica de análisis de la acción humana mediada socialmente (Engeström, 1987; Engeström y Sannino, 2021).

El modelo ampliado (sintetizado en la Figura 1) hace posible aplicar el EOS al análisis histórico-epistemológico: las comunidades matemáticas y filosóficas que produjeron los distintos significados de la probabilidad. A continuación, se describen sus principales componentes.

Figura 1

Modelo ampliado del Enfoque Ontosemiótico para el análisis de sistemas de actividad (Godino, 2026)



2.2. Configuración ontosemiótica: objetos primarios y dualidades

La *configuración ontosemiótica* es la herramienta analítica principal del EOS-A: describe la organización interna de un segmento de actividad integrando los problemas que orientan las acciones de los agentes, los objetos matemáticos involucrados y los procesos semióticos que los transforman (Font et al., 2013; Godino, 2026). Toda configuración incluye seis tipos de *objetos primarios*:

1) *Situaciones-problema.* Dichos campos de problemas motivan la actividad (los juegos de azar para el significado clásico, la estimación de probabilidades de sucesos no equiprobables para el frecuencial, la cuantificación de creencias para el subjetivo).
2) *Lenguajes.* Los sistemas de representación simbólica ($P(A) = m/n$ en el clásico, $f_n(A) = n_a/n$ en el frecuencial, $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ en el axiomático), así como la expresión gráfica, tabular y verbal.
3) *Conceptos y definiciones.* las ideas matemáticas delimitadas mediante sus definiciones —caso favorable y posible, frecuencia relativa, grado de creencia, propensión.
4) *Proposiciones*. Los enunciados sobre propiedades y relaciones, como la regla de Laplace, la ley de los grandes números, el teorema de Bayes o los axiomas de Kolmogorov.
5) *Procedimientos*. Las secuencias de operaciones, por ejemplo, la enumeración combinatoria, la estimación frecuencial, la actualización bayesiana y los procedimientos conjuntistas en la axiomática.
6) *Argumentos*. Las estructuras discursivas que justifican los procedimientos y validan las proposiciones, como el principio de razón insuficiente, o la deducción axiomática de Kolmogorov.

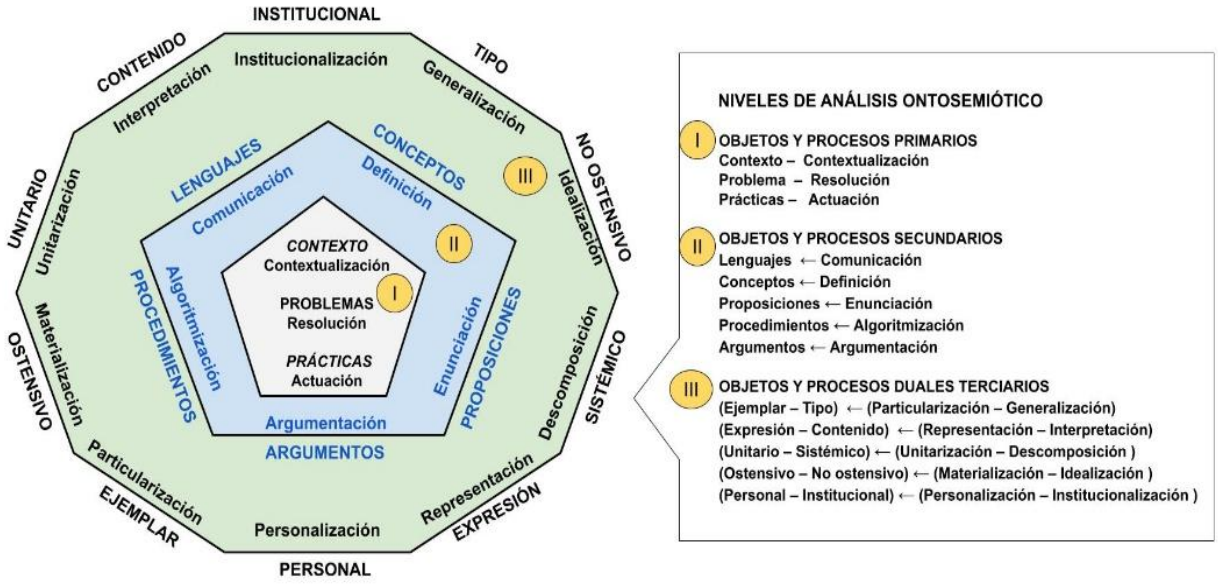
Las configuraciones se articulan mediante cinco dualidades epistémicas: *expresión/contenido*, *ejemplar/tipo*, *unitario/sistémico*, *ostensivo/no ostensivo* y *personal/institucional*. Cada dualidad describe una tensión irreductible entre dos modos de ser o de usar el objeto matemático; su función analítica se desarrolla en el apartado 2.4

2.3. Modelo de tres niveles de análisis

En este apartado se describe un modelo de tres niveles de análisis de las configuraciones ontosemióticas, que se aplicará sistemáticamente en este trabajo al análisis de los significados de la probabilidad. Este modelo, representado esquemáticamente en la Figura 2, proporciona una estructura que garantiza la comparabilidad entre configuraciones y refleja con detalle la arquitectura epistémica de cada una.

Figura 2

Configuración ontosemiótica y niveles de análisis



*Nivel I — Contexto, problemas y prácticas***.** Describe el contexto histórico e institucional en que emergió cada significado parcial del objeto matemático analizado —comunidades de práctica protagonistas, periodos, disciplinas—, el *campo de problemas* que motivó su desarrollo y el sistema de *prácticas operativas y discursivas* mediante el que la comunidad lo abordó. Las prácticas operativas son las acciones materiales y simbólicas (por ejemplo, cálculo combinatorio, estimación frecuencial, demostración formal); las discursivas son los lenguajes, notaciones y géneros argumentativos propios de cada configuración.

Nivel II — Objetos y procesos. Describe los objetos matemáticos que la configuración produce y moviliza, clasificados en los seis tipos del EOS-A. El análisis en este nivel permite identificar qué conceptos comparten los distintos significados parciales, qué procedimientos difieren y qué argumentos de legitimación son incompatibles entre sí.

Nivel III — Dualidades epistémicas y tensiones estructurales. Aplica las cinco dualidades epistémicas a los objetos del Nivel II para revelar su estructura relacional y sus zonas de tensión. Las dualidades no son categorías adicionales, sino perspectivas analíticas que se proyectan sobre los objetos ya descritos. En este nivel se identifican las tensiones epistémicas estructurales inherentes a la arquitectura del objeto y los conflictos ontosemióticos que emergen en la práctica didáctica o en el debate filosófico.

2.4. Tensión epistémica estructural y conflictos ontosemióticos

Una *tensión epistémica estructural* es un desequilibrio inherente a la configuración ontosemiótica de un significado matemático. Los dos polos de una dualidad son simultáneamente necesarios para sostener el significado, pero remiten a categorías de objetos o prácticas irreducibles entre sí, lo cual es fuente de conflictos. La tensión no es un defecto ni un obstáculo a superar: es una propiedad constitutiva del objeto, inseparable de su complejidad epistémica. Un ejemplo paradigmático relacionado con el significado frecuencial se describe en la sección 4.3.

Los *conflictos ontosemióticos* son fenómenos interaccionales que ocurren cuando agentes —alumnos, profesores, instituciones— confunden los objetos que constituyen la configuración o los polos de una dualidad. Un *conflicto semiótico* se produce cuando distintos agentes atribuyen significados discrepantes a las mismas expresiones o representaciones. Un *conflicto ontológico* implica una discrepancia sobre la naturaleza o las propiedades del objeto: el debate sobre si la probabilidad es una propiedad del mundo (objetivismo) o un estado epistémico del agente (subjetivismo) es un conflicto ontológico prototípico.

La relación entre tensiones y conflictos es de *precedencia lógica y generatividad*: la tensión epistémica estructural es la condición de posibilidad de los conflictos ontosemióticos. No toda tensión se convierte en un conflicto, pero la mayor parte de conflictos ontosemióticos relativos a un objeto complejo tienen su raíz en alguna tensión estructural de la configuración. Una consecuencia directa es el interés del *análisis epistémico previo* de las tensiones estructurales para anticipar qué tipos de conflictos son estructuralmente probables.

En el análisis histórico-epistemológico de la probabilidad, los conflictos semióticos y ontológicos desempeñan el papel de *motores del avance conceptual*: cada nuevo significado parcial emergió como respuesta a los conflictos que el significado anterior no podía resolver. Borovcnik y Kapadia (2014a) muestran cómo las paradojas de la probabilidad actúan como marcadores de las contradicciones entre el conocimiento establecido y los nuevos fenómenos que las teorías anteriores no podían analizar.

2.5. Trayectoria ontosemiótica y holosignificado

La trayectoria ontosemiótica designa la evolución de las configuraciones de objetos, prácticas y significados a lo largo de un proceso de producción, difusión o apropiación del conocimiento (Godino, 2026). En el contexto histórico-epistemológico, la trayectoria ontosemiótica de la probabilidad describe cómo emergió el objeto, se diferenció y articuló desde las primeras ideas intuitivas hasta la axiomática

de Kolmogorov (1933) y los desarrollos filosóficos posteriores. Los siete significados parciales —intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo, axiomático, lógico y propensionista— son las siete *configuraciones de actividad* que componen esta trayectoria.

El holosignificado de un objeto matemático es el sistema articulado de significados parciales que se movilizan en el conjunto de contextos de práctica en que ese objeto es relevante (Godino, 2026)[2]. Tres rasgos de esta definición merecen subrayarse. Primero, el holosignificado es un *sistema*: los significados parciales están articulados por relaciones de complementariedad, tensión y precedencia. Segundo, el holosignificado es *pragmático*: así, la probabilidad no puede reducirse al significado axiomático, por más que sea el formalmente más riguroso; para la práctica estadística aplicada, el frecuencial y subjetivo son ineludibles; para la toma de decisiones bajo incertidumbre, el subjetivo es el más apropiado. Tercero, el holosignificado se manifiesta en la *competencia de tránsito*: la capacidad de reconocer qué significado es más apropiado para cada contexto y de moverse con fluidez entre ellos.

2.6. Idoneidad sistémica como criterio evaluativo

La idoneidad sistémica es un constructo introducido por Godino (2026), como extensión de la *idoneidad didáctica* —ampliamente utilizada en investigación en educación matemática (Malet et al., 2021)— para evaluar la calidad global de cualquier sistema de actividad en seis dimensiones: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectivo-axiológica y ecológica.

En el marco de este artículo, la idoneidad sistémica se utiliza fundamentalmente en su dimensión *epistémica* —que evalúa la representatividad y coherencia del conocimiento movilizado en la reconstrucción— y en su dimensión *ecológica* —que evalúa la coherencia del holosignificado reconstruido con el estado actual del conocimiento matemático y filosófico—. La idoneidad epistémica del holosignificado se evalúa mediante tres criterios: *representatividad* (los significados matemáticamente y filosóficamente relevantes están incluidos), *coherencia* (las relaciones entre significados son explícitas y fundamentadas) y *completitud* (los campos de problemas relevantes están cubiertos).

[2] La noción de holosignificado fue introducida por Wilhelmi et al. (2007, p. 105) para el caso de la igualdad de números reales, en los siguientes términos: "El holosignificado incorpora las relaciones entre dichos modelos y las tensiones, filiaciones y contradicciones que entre ellos se establecen (que el pensamiento matemático flexible permite identificar, describir y controlar)". En esta propuesta original, los significados parciales —los "modelos" a los que se refiere la cita— se conciben como modelos complementarios del objeto matemático.

3. HISTORIA Y EPISTEMOLOGÍA DE LA PROBABILIDAD: FUNDAMENTOS Y TRAYECTORIA ONTOSEMIÓTICA

Esta sección establece los fundamentos histórico-epistemológicos sobre los que se apoya el análisis ontosemiótico desarrollado en las secciones posteriores y traza la trayectoria ontosemiótica que articula los siete significados parciales de la probabilidad identificados en este trabajo y se organiza en dos bloques complementarios. El primero (§3.1–§3.4) expone los rasgos estructurales del desarrollo histórico de la probabilidad que orientan el análisis: su complejidad epistemológica singular, el panorama histórico general, el debate filosófico sobre su naturaleza y la articulación entre historia, epistemología y didáctica. El segundo bloque (§3.5) traslada esa perspectiva al plano analítico del EOS-A, analizando las siete configuraciones de actividad que componen la trayectoria.

3.1. La probabilidad como objeto matemático de complejidad epistemológica singular

Como se indicó en la introducción, a diferencia de otros objetos matemáticos de uso igualmente generalizado —el número real, la derivada—, aún coexisten diferentes visiones filosóficas de la probabilidad, a pesar de su uso ubicuo en la física cuántica, la estadística, la economía, la medicina y la inteligencia artificial.

La razón de esta complejidad es histórica y estructural a la vez. Shaughnessy (1992) señaló que la probabilidad es, en comparación con la geometría o el cálculo, un adolescente matemático, pues su desarrollo como disciplina autónoma comenzó apenas en el siglo XVII[3]. En ese breve lapso generó interpretaciones y teorías matemáticas radicalmente divergentes que reflejan pensamientos distintos sobre la naturaleza de la aleatoriedad. A diferencia de otros objetos cuya historia puede narrarse como una progresiva clarificación convergente hacia una definición canónica, en la historia de la probabilidad cada nueva interpretación coexiste con las anteriores, extiende el campo de aplicación en una dirección diferente y entra, en ocasiones, en conflicto filosófico con las que la precedieron.

Borovcnik y Kapadia (2014b) interpretan esta complejidad como consecuencia del carácter instrumental de la probabilidad: no es una propiedad inherente de los eventos, sino el resultado de aplicar un modelo matemático a situaciones de incertidumbre. La elección del modelo —y, con ella, la elección del significado— depende del contexto, del propósito del análisis y de los compromisos filosóficos del analista.

[3] A pesar de haber algún antecedente aislado de cálculos de probabilidad (Bellhouse, 2000).

3.2. Panorama histórico: de las ideas primitivas sobre el azar a la probabilidad

La probabilidad axiomática—entendida como una función que asigna valores en el intervalo [0, 1] a los sucesos de un espacio muestral— es una creación del siglo XX. Este desarrollo tardío no se debe a que la humanidad ignorara antes el azar y la incertidumbre, sino porque las condiciones intelectuales, sociales y técnicas que hicieron posible la cuantificación de la aleatoriedad no estaban aún reunidas.

Las ideas previas a la formalización sobre el azar y la posibilidad son universales y antiquísimas. Los astrágalos utilizados como generadores de azar aparecen en yacimientos arqueológicos de más de cinco mil años de antigüedad. Hacking (1975) planteó la pregunta fundamental: ¿por qué la teoría matemática de la probabilidad no emergió antes del siglo XVII, a pesar del interés milenario por los juegos de azar? Su respuesta apunta a un cambio epistemológico profundo ocurrido en Europa occidental durante el Renacimiento: el surgimiento de un nuevo concepto de evidencia que permitió tratar los signos y las observaciones contingentes como fuentes de conocimiento probabilístico. Esta mutación —el paso de una concepción demostrativa del conocimiento científico a una concepción probabilística— es lo que Hacking denomina la emergencia de la probabilidad.

La fecha de nacimiento convencional de la probabilidad matemática es 1654, año de la correspondencia entre Pascal y Fermat a propósito del problema de los puntos, junto con el *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (1657) de Huygens, aunque hay algunos antecedentes, como el manuscrito de Vetula (Bellhouse, 2000), y la recomendación a los jugadores de Cardano, en su *Liber de Ludo Aleae* (escrito hacia 1563, publicado en 1663), de considerar todas las posibilidades de los distintos resultados. Sin embargo, estas ideas permanecieron, durante siglos, en el ámbito de la práctica sin elevarse a teoría matemática sistemática. Gillies (2000) señala que la interpretación clásica maduró en el período 1650–1800, con los desarrollos de Bernoulli en el *Ars Conjectandi* (1713) y su formulación sistemática en el *Essai Philosophique sur les Probabilités* de Laplace (1814). Ese mismo período vio el establecimiento de la ley de los grandes números, el teorema de Bayes (1763), los trabajos de De Moivre sobre la distribución normal y el inicio de la estadística aplicada a través de las tablas de mortalidad de Graunt.

El siglo XIX y la primera mitad del XX concentraron el debate filosófico más intenso y produjeron las interpretaciones más divergentes: el frecuencialismo de Venn (*The Logic of Chance*, 1876) y von Mises (1919); el subjetivismo de Ramsey (1926/1931) y De Finetti (1937); y la axiomática de Kolmogorov (1933), que unificó formalmente el edificio sin resolver ninguna de las controversias filosóficas sobre su

interpretación. Se añaden las teorías lógicas de Keynes (1921) y Carnap (1950) y de la propensión de Popper (1959), que son de carácter filosófico.

3.3. El debate filosófico sobre la naturaleza de la probabilidad

El desarrollo histórico trazado en el apartado anterior no es solo una sucesión de definiciones técnicas, sino la historia de un desacuerdo filosófico profundo y sostenido desde el siglo XVII sobre qué tipo de entidad es la probabilidad, que representan posiciones diferenciadas que coexisten en la actualidad: Gillies (2000) ha argumentado que ninguna interpretación es correcta para todos los contextos, y Hájek (2023) confirma que la probabilidad es un concepto irreductiblemente plural, cuya comprensión adecuada exige articular las distintas tradiciones en lugar de elegir entre ellas. La tensión entre el polo objetivo y el epistémico es una propiedad constitutiva del concepto, que el holosignificado debe incorporar explícitamente, y cuyo análisis ontosemiótico se desarrolla en §5.3.

3.4. Articulación entre historia, epistemología y didáctica de la probabilidad

La historia de la probabilidad está repleta de paradojas y situaciones contraintuitivas— como las paradojas de d'Alembert o el problema de Bertrand — y los alumnos que aprenden probabilidad encuentran dificultades análogas, que pueden ser sus principales obstáculos de aprendizaje. Batanero (2005) ha mostrado que los errores más frecuentes de los alumnos pueden interpretarse en términos de conflictos semióticos cuyas raíces residen en la pluralidad constitutiva de significados del concepto. Una consecuencia curricular de esa pluralidad es que la comprensión del concepto debe construirse progresivamente a través de la incorporación de los distintos significados matemáticos parciales, con atención explícita a las conexiones y tensiones entre ellos. La investigación ha establecido que un enfoque didáctico que restrinja la probabilidad a uno solo de sus significados proporciona una comprensión incompleta y generadora de errores sistemáticos (Batanero y Borovcnik, 2016).

El EOS-A es un marco analítico especialmente adecuado para análisis histórico-, pues parte de la tesis de que el objeto matemático emerge históricamente del sistema de prácticas socialmente compartidas ligadas a la resolución de un campo de problemas (Godino y Batanero, 1994). El significado del objeto es, por tanto, una entidad compuesta por el conjunto de prácticas operativas y discursivas que configuran ese campo de problemas en cada momento histórico. Por ello la reconstrucción de los significados parciales de la probabilidad exige identificar, en cada configuración histórica de actividad, el campo de

problemas que motivó la producción de conocimiento, las prácticas que se pusieron en juego y los objetos matemáticos que emergieron como resultado. Batanero y Díaz (2007) han puesto de relieve que los significados históricos de la probabilidad difieren no solo en su definición, sino en todos los elementos del significado: los campos de problemas que les dieron origen, los procedimientos propios, los lenguajes en que se expresan, los conceptos que movilizan y los argumentos mediante los que se justifican. Las obras de Borovcnik y Kapadia (2014a; 2014b), Galavotti (2005), Gillies (2000) y Hájek (2023) proporcionan la base histórico-filosófica indispensable para esa caracterización.

3.5. La trayectoria ontosemiótica de la probabilidad: siete configuraciones de actividad

Desde la perspectiva del EOS-A, una configuración de actividad se delimita como cualquier segmento de un proceso de producción o difusión del conocimiento en el que una comunidad de práctica abordó un campo de problemas propio con prácticas operativas y discursivas características (Godino, 2026). La delimitación de los siete significados parciales como configuraciones diferenciadas responde a tres criterios combinados: *comunidad de práctica* (el colectivo que, en un período dado, compartió un motivo de actividad relacionado con la probabilidad), *período histórico de maduración* (el momento en que la comunidad produjo los objetos matemáticos fundamentales del significado) y *problemática específica* (el campo de problemas que impulsó el desarrollo de cada configuración).

La literatura didáctica identifica habitualmente cinco significados históricos de naturaleza matemática: intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático (Batanero y Díaz, 2007). Este trabajo, siguiendo también a Batanero y Díaz (2007) y a la bibliografía de referencia, amplía esa clasificación a siete, incorporando dos interpretaciones filosóficas de naturaleza no matemática: el significado lógico (Keynes, 1921; Carnap, 1950) y el propensionista (Popper, 1959). Esta decisión responde a las exigencias de representatividad del holosignificado y a la relevancia filosófica de ambas tradiciones interpretativas.

La Tabla 1 presenta el esquema general de la trayectoria, indicando para cada configuración la comunidad y autores principales, el período de maduración, el campo de problemas nuclear y la proposición matemática articuladora.

Tabla 1

Trayectoria ontosemiótica de la probabilidad: siete configuraciones de actividad.

	Significado parcial	Comunidad / Autores clave	Inicio[1]	Campo de problemas nuclear	Proposición articuladora
Teorías matemáticas	C1 – Intuitivo	Jugadores, comerciantes; culturas antiguas	Antigüedad – s. XVI	Azar, apuesta, predicción cualitativa	Comparación ordinal de posibilidades
	C2 – Clásico	Pascal, Fermat, Huygens, Laplace	SS. XVII–XIX	Juegos equitativos, apuesta justa	$P(A) = n_A/n$ (Laplace)
	C3 – Frecuencial	Bernoulli, Venn, von Mises; ciencias empíricas	SS. XIX–XX	Regularidad estadística en experimentos repetibles, estimación empírica	$P(A) = \lim_{\{n\to\infty\}} f_n(A))$ (Ley de los Grandes Números)[4]
	C4 – Subjetivo	Ramsey, De Finetti, Savage; economía (antec. Bayes, 1763)	S. XX	Incertidumbre singular, actualización de la probabilidad con nueva información	$P(H\|E) = K. P(E\|H)\cdot P(H)$ (Teorema de Bayes)
	C5 – Axiomático	Borel, Kolmogorov; matemática pura	1933	Fundamentación formal, unificación	Axiomas de Kolmogorov Función medible
Otras teorías	C6 – Lógico	Keynes, Carnap; filosofía de la ciencia	1921–1950	Inferencia inductiva, confirmación	c(H, E): grado de confirmación racional
	C7 – Propensionista	Popper, Mellor; filosofía de la física	1959 – actualidad	Propensión física, caso singular	Probabilidad como disposición del arreglo experimental

La trayectoria ontosemiótica no es una sucesión lineal en que cada configuración sustituye a la anterior, sino una red articulada por relaciones de tres tipos. Las *relaciones de precedencia* señalan que algunas configuraciones son condición para otras: el significado clásico presupone el intuitivo; las limitaciones

[4] No se trata de un límite funcional ordinario, sino de convergencia estocástica. Según la ley débil de los grandes números, para cualquier $\varepsilon > 0$, la probabilidad de que la frecuencia relativa $f_n(A)$ difiera de la probabilidad teórica $P(A)$ en más de ε tiende a cero en probabilidad cuando $n\to\infty$. Esto quiere decir, que dados ε y α positivos y todo lo pequeños que se quiera podemos fijar un valor n tal que a partir del mismo $P(|f_n(A) - P(A)|<\varepsilon) \geq 1 - \alpha$. En este trabajo se utiliza una definición simplificada.

del frecuencial presuponen el clásico; el subjetivo requiere el frecuencial como contrapunto crítico; el axiomático sintetiza todos los anteriores. Las *relaciones de continuidad* articulan objetos matemáticos compartidos que actúan como nodos de intersección: el conjunto de posibilidades (denominado modernamente espacio muestral) está presente en todas las configuraciones; la ley de los grandes números conecta el clásico con el frecuencial; el teorema de Bayes conecta el frecuencial con el subjetivo y el clásico; la axiomática de Kolmogorov proporciona el lenguaje formal que puede expresar a todos los demás. Las *relaciones de tensión* son constitutivas del concepto, no anomalías que deban eliminarse. La más profunda enfrenta las concepciones objetivistas —clásica, frecuencial, propensionista— con las epistémicas —subjetiva, lógica— y es irresoluble en el plano filosófico (Galavotti, 2017; Hájek, 2023;). Una segunda tensión enfrenta la presentación formal del significado axiomático con la comprensión intuitiva y empírica de los significados intuitivo, clásico y frecuencial.

El reconocimiento de estas tensiones como constitutivas del concepto fundamenta la tesis del EOS-A de que el significado de la probabilidad es irreductiblemente plural. En términos del EOS-A, estas *tensiones epistémicas estructurales* no son solo discrepancias sobre cómo definir la probabilidad, sino sobre qué tipo de entidad es la probabilidad y explican los conflictos ontosemióticos observables en la práctica didáctica y en el debate filosófico. Una consecuencia directa para el diseño de la enseñanza es que solo un diseño que exponga explícitamente las tensiones entre significados y proporcione criterios para transitar entre ellas puede conducir al desarrollo de un holosignificado completo.

4. SIGNIFICADO FRECUENCIAL: ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO

En esta sección aplicamos el método de análisis propuesto al significado frecuencial de la probabilidad, que constituyó una respuesta a las limitaciones del significado clásico. Allí donde la regla de Laplace exige una simetría *a priori* del experimento aleatorio, el enfoque frecuencial ancla la probabilidad en la experiencia repetible, definiéndola a partir del límite de las frecuencias relativas que emergen en largas series de repeticiones independientes e idénticas. Mediante esta reorientación empírica la probabilidad dejó de ser una propiedad determinable del análisis estructural del experimento para convertirse en un valor teórico estimable a partir de datos.

4.1. Nivel I — Contexto, problemas y prácticas

Contexto histórico e institucional

La consolidación del significado frecuencial tiene en Jakob Bernoulli su primer hito: la demostración de la Ley de los Grandes Números en el *Ars Conjectandi* (1713) proporcionó el respaldo matemático para estimar la probabilidad mediante el valor límite de las frecuencias relativas. Sin embargo, la actividad que da origen a este significado se desarrolla plenamente en el espacio de las ciencias empíricas del siglo XIX y la primera mitad del siglo XX. No puede desligarse de la expansión de la estadística como práctica social y científica, que, aunque se ha practicado desde la antigüedad, crece notablemente en el periodo, con la recopilación sistemática de datos vitales y demográficos, el desarrollo de las tablas actuariales (Petty, Grant), la incorporación de métodos estadísticos en la biología (Galton, Pearson), la física (Boltzmann, Maxwell) y otras áreas constituyeron el suelo fértil sobre el que germinó la interpretación frecuencial. En este contexto, la probabilidad clásica resultaba insatisfactoria: su dependencia de la hipótesis de equiprobabilidad la hacía inaplicable a fenómenos para cuyos resultados —la mortalidad, la desintegración radiactiva, la variación biométrica— no se justificaba la igual posibilidad de ocurrencia. John Venn (1876) articuló por primera vez el frecuencialismo como posición filosófica sistemática, y Richard von Mises (1928/1981) lo formalizó.

Autores y comunidades de práctica

La comunidad de práctica del significado frecuencial fue heterogénea en su composición, pero coherente en su orientación epistemológica empirista. Cabe distinguir tres vertientes: (1) la vertiente matemática, representada por Jakob Bernoulli y von Mises; (2) la vertiente estadístico-científica, que comprende desde los precursores Graunt y Petty hasta Pearson, Galton y Fisher, que desarrollan las aplicaciones a la inferencia estadística; y (3) la vertiente filosófico-lógica, representada por Ellis, Venn y Reichenbach[5].

Campo de problemas

El significado frecuencial se articula en torno a un campo principal, la *Estimación de probabilidades para fenómenos con sucesos no equiprobables.* La pregunta sobre cómo asignar valores numéricos a la

[5] Reichenbach (1949) sugiere una versión más ligada a la propensión que incluía probabilidades de caso único.

probabilidad cuando no puede invocarse la equiprobabilidad, se planteaba de manera urgente en diversas áreas. La respuesta frecuencial fue sistemática: estimar la probabilidad mediante la frecuencia relativa observada en una muestra suficientemente grande. De este campo principal se derivan otros secundarios, como consecuencia del desarrollo matemático de la teoría:

- *Justificación teórica de la convergencia de las frecuencias relativas.* La convergencia empírica de las frecuencias relativas se había observado desde los primeros registros estadísticos del siglo XVII, pero requería una demostración. El resultado central es la Ley de los Grandes Números —en su versión débil (Bernoulli, 1713/1987) y fuerte (Borel, 1909; Kolmogorov, 1933)—, que fue interpretada por los frecuencialistas no solo como un teorema de convergencia, sino como justificación del carácter objetivo de la probabilidad.
- *Modelización de distribuciones empíricas.* Aceptada la posibilidad de aplicar la probabilidad a fenómenos no equiprobables, surgió la pregunta por el modelo matemático que mejor describe la distribución de los datos en errores de medición, defectos en producción industrial, o mortalidad actuarial. Ello exigió el desarrollo de diferentes modelos de distribuciones de probabilidad, así como herramientas de ajuste de distribuciones, estimación de parámetros y contrastes de bondad de ajuste.

Prácticas operativas y discursivas

Las prácticas operativas características del significado frecuencial incluyen la recopilación y organización sistemática de datos estadísticos; el análisis de convergencia empírica de las frecuencias; la estimación empírica de probabilidades, y para la aplicación a la inferencia, el ajuste de distribuciones teóricas a datos empíricos. También en las aplicaciones a la inferencia, y ante la dificultad de observar directamente algunos experimentos un gran número de veces, otra práctica operativa es la simulación de experimentos aleatorios. La demostración matemática de la convergencia (leyes de los grandes números) es también una práctica operativa asociada al desarrollo teórico del significado.

Las prácticas discursivas se caracterizan por la incorporación de ostensivos ausentes en el significado clásico: tablas de frecuencias absolutas y relativas, histogramas y polígonos de frecuencias y la notación de límite descrita. Von Mises (1928/1981) subrayó que este límite es una idealización de la realidad empírica —comparable a los conceptos idealizados de la mecánica—, no identificable con ninguna sucesión finita de frecuencias observadas.

4.2. Nivel II — Objetos y procesos

En el Nivel II de análisis se describen los objetos matemáticos que constituyen la configuración ontosemiótica del significado frecuencial, clasificados en los cinco tipos que el EOS-A distingue en este nivel. La descripción que se ofrece es de carácter sincrónico: se caracteriza el estado actual de la configuración ontosemiótica, no su génesis. Por ello, los procesos (comunicación, definición, enunciación, algoritmización, argumentación) no se analizan de forma independiente, sino que se describen los objetos en los que dichos procesos cristalizan. Estos procesos emergen en primer plano cuando se incorpora el tiempo como variable de análisis, esto es, al reconstruir la trayectoria histórica de cada significado.

Lenguajes

El sistema de ostensivos del significado frecuencial es rico y diversificado, reflejo del peso que en él tienen los datos observacionales. Los ostensivos primarios son las tablas estadísticas de frecuencias absolutas y relativas, los histogramas y polígonos de frecuencias relativas, a los que se pueden añadir las curvas de densidad teórica que emergen como representaciones de los modelos ajustados a datos empíricos. La notación de límites concentra en una fórmula la definición frecuencial de probabilidad e introduce el análisis matemático en el discurso probabilístico[6].

Conceptos

Los conceptos nucleares de esta configuración son los siguientes:

- *Ensayo aleatorio replicable.* Experimento que puede repetirse un número indefinido de veces en condiciones idénticas e independiente. Esta replicabilidad es la condición de posibilidad del enfoque frecuencial: von Mises (1928/1981) fue explícito en que no tiene sentido hablar de probabilidad frecuencial para sucesos irrepetibles.
- *Frecuencia absoluta y frecuencia relativa.* La frecuencia absoluta (n_a) es el número de veces que el suceso A ocurre en n ensayos; la frecuencia relativa es la proporción ($f_n(A) = n_a/n$). Las frecuencias relativas observadas en una gran serie de experimentos independientes e idénticos son estimaciones de la probabilidad.

[6] El estatuto de ese límite —matemático o empírico, ideal o real— fue objeto de debate central en la controversia filosófica sobre el frecuencialismo.

- *Colectivo.* Constructo técnico central de la teoría de von Mises: una sucesión infinita de observaciones que satisface dos condiciones: (1) las frecuencias relativas de cada resultado convergen a un límite (condición de convergencia); y (2) ese límite es insensible a cualquier cambio de lugar (condición de aleatoriedad). Las probabilidades se definen como los límites de (1) y se calculan mediante cuatro operaciones sobre colectivos: condicionamiento, unión, partición e intersección (Galavotti, 2005; Gillies, 2000). Nótese que el colectivo es un constructo idealizado: no es una secuencia empírica finita sino su límite teórico, de la misma manera que la velocidad instantánea es el límite de los cocientes incrementales en la mecánica clásica.
- *Independencia de ensayos.* La primera definición inequívoca de independencia se debe a Jakob Bernoulli: para demostrar que la frecuencia relativa converge hacia la probabilidad teórica, necesitó establecer que las repeticiones del experimento no se influyen mutuamente, es decir, cada experimento no influye en las probabilidades del resto. Esta queda así ligada, desde su origen, a la idea de repetición bajo condiciones estables.

Proposiciones

Las frecuencias relativas satisfacen un conjunto de propiedades que constituyen la base empírica del significado frecuencial y son precursoras de los axiomas de probabilidad: no negatividad, acotación en [0,1], normalización (el suceso seguro tiene frecuencia relativa 1), aditividad finita para sucesos incompatibles, complementariedad y —crucialmente— estabilización empírica cuando el número de ensayos crece.

La proposición central es la *Ley débil de los Grandes Números* (Bernoulli, 1713/1987): para cualquier $\varepsilon > 0$, la probabilidad de que la frecuencia relativa $f_n(A)$ difiera de la probabilidad teórica $P(A)$ en más de ε tiende a cero cuando $n \to \infty$. Este resultado justifica matemáticamente la definición frecuencial: para n suficientemente grande, la frecuencia relativa proporciona una estimación suficientemente precisa de la probabilidad.

Procedimientos

Los procedimientos nucleares del significado frecuencial se derivan de las prácticas operativas típicas de este significado y constituyen una actividad formativa de primer orden para el aprendizaje de este significado (Batanero y Borovcnik, 2016). La *estimación empírica de probabilidades* implica realizar *n*

ensayos del experimento aleatorio en condiciones homogéneas, registrar el número de ocurrencias del suceso y calcular la frecuencia relativa como estimador de P(A), así como verificar la calidad de la estimación, que depende del tamaño muestral. El *ajuste de distribuciones*, requiere elegir un modelo de distribución, estimar sus parámetros y realizar un contraste de bondad ajuste del modelo. La *simulación* requiere elegir un modelo a simular, generar artificialmente largos colectivos de ensayos—mediante métodos de Monte Carlo o software estadístico— y finalmente estimar las probabilidades de los sucesos de interés.

Argumentos

El *argumento de inducción empírica* es el fundamental: a partir de la regularidad observada de las frecuencias relativas en múltiples fenómenos aleatorios, se infiere que esa regularidad es una propiedad general de los procesos aleatorios repetibles. Von Mises (1928/1981) reconoció explícitamente la circularidad filosófica de este argumento, que supone la uniformidad de la naturaleza que pretende establecer. El *argumento de verificación experimental* apela a la Ley de los Grandes Números: si la probabilidad se define como límite de frecuencias relativas, la LGN garantiza que la frecuencia observada converge a ese límite con probabilidad arbitrariamente próxima a 1 cuando n crece, lo que hace la definición empíricamente controlable mediante experimentos repetibles. El *argumento de la objetividad empírica* sostiene que la probabilidad definida como límite de frecuencias no depende de ningún sujeto ni de sus creencias, sino de propiedades reales del proceso aleatorio; esta objetividad fue la razón principal de la adopción masiva del frecuencialismo en la ciencia del siglo XX (Galavotti, 2017; Gillies, 2000).

4.3. Nivel III — Dualidades epistémicas y tensiones estructurales

El análisis del Nivel III examina las cinco dualidades epistémicas del EOS-A proyectadas sobre los objetos del Nivel II para revelar la estructura relacional del significado frecuencial y sus zonas de tensión, que anticipan los conflictos semióticos y ontológicos que se examinan en la sección siguiente.

Dualidad objeto ostensivo/no ostensivo

Esta dualidad es la más característica del significado frecuencial y la que mejor ilumina su tensión constitutiva. En la educación secundaria, con frecuencia se utiliza la expresión $P(A) = \lim_{\{n\to\infty\}} f_n(A)$, que

es el polo ostensivo de la definición simplificada de la ley de los grandes números. El polo no ostensivo integra en dicha ley los conceptos abstractos correspondientes: el concepto de frecuencia relativa y sus valores empíricamente accesibles y la probabilidad como entidad matemática ideal, inobservable en ninguna secuencia finita, además de la convergencia en probabilidad. Una primera tensión reside en que la frecuencia relativa, la probabilidad y sus representaciones quedan ligados por la notación, sin que esa continuidad simbólica elimine la discontinuidad ontológica entre frecuencia relativa y probabilidad (Chaput et al., 2011). Otra tensión aparece en la notación de límite y los conceptos de límite de una sucesión y convergencia estocástica, demasiado complejo para introducirlo en la enseñanza secundaria.

Dualidad personal/institucional

La interpretación frecuencial privilegia decididamente el polo institucional: la probabilidad es una propiedad objetiva del proceso aleatorio, determinada por su estructura real y no por el estado epistémico de ningún observador particular. El significado personal —la estimación que un individuo hace de P(A) a partir de los datos disponibles— queda subordinado al institucional: las estimaciones personales son aproximaciones al valor objetivo, y la Ley de los Grandes Números proporciona los criterios formales para evaluar su calidad.

Dualidad ejemplar/tipo

En el plano del ejemplar, el significado frecuencial se aplica a instancias concretas: la proporción de caras al lanzar una moneda 1.000 veces, la tasa de defectos en una producción industrial. En el plano del tipo, el concepto de colectivo de von Mises sintetiza todas esas instancias: una clase de procesos repetibles cuyas frecuencias relativas convergen a un límite estable e insensible a las selecciones de lugar. El tránsito del plano del ejemplar al del tipo —de la frecuencia observada a la aceptación de la probabilidad como límite en probabilidad determinado— es el movimiento cognitivo fundamental del aprendizaje del significado frecuencial y uno de sus principales obstáculos, dado el carácter no ostensivo de la probabilidad.

Dualidad objeto unitario/sistémico

Desde el polo unitario, un valor particular de la probabilidad, P(A) es un número real en [0,1], operable y utilizable en cálculos probabilísticos complejos. Desde el polo sistémico, la expresión general P(A) es

el resultado de un sistema articulado de prácticas ya descrito. La tensión entre ambos polos aparece porque el polo unitario tiende a presentar el valor P(A) como propiedad intrínseca del suceso, mientras que el sistémico revela que ese valor está condicionado al experimento concreto y al cumplimiento de los supuestos de independencia y repetibilidad. Esta tensión está en la raíz de errores frecuentes en el aprendizaje: la transferencia indebida del modelo frecuencial a situaciones donde el experimento no es repetible, y a la aplicación de P(A) sin verificar si se cumplen los supuestos del modelo.

Dualidad expresión/contenido

La expresión P(A) es un caso transparente de polisemia semiótica, pues una misma notación puede tener como contenido el concepto frecuencial, clásico, subjetivo o axiomático. Desde el polo de la expresión, P(A) es una entidad formalmente unificada; desde el polo del contenido, es el punto de intersección de cuatro sistemas de prácticas con fundamentos ontológicos distintos.

Esta dualidad, sin embargo, no agota la estructura de la función semiótica que vincula ambos polos. Toda correspondencia entre una expresión y un contenido se establece según un criterio o regla de correspondencia, que constituye el tercer elemento —de carácter triádico— de la función semiótica (Godino et al., 2022). En el caso del significado frecuencial, esta regla opera de manera implícita, como un hábito interpretativo antes que como una definición explícita: P(A) se interpreta como frecuencial en virtud de la convención de que su valor es el límite idealizado de la frecuencia relativa en una sucesión de ensayos repetidos bajo condiciones estables. Frente a esta regla, el significado clásico se apoya en el principio de equiprobabilidad de los casos posibles; el subjetivo, en un criterio de coherencia entre apuestas; y el axiomático, en la mera satisfacción formal de un sistema de axiomas. Que cada significado active una regla de correspondencia distinta —y no solo un contenido distinto— es lo que explica que la misma notación pueda dar lugar a interpretaciones mutuamente incompatibles sin que medie ningún error de cálculo.

Esta polisemia es fuente de conflictos semióticos en el aprendizaje de la probabilidad cuando profesor y alumno activan correspondencias expresión→contenido distintas a partir de la misma expresión, sin que la regla que legitima cada correspondencia se haga explícita en el aula. Cuando los diferentes contenidos activables por el alumno pertenecen a categorías ontológicas distintas a la supuesta por el profesor, la discrepancia constituye un conflicto ontológico, pues no es sobre el significado del signo sino sobre la naturaleza del objeto al que remite. Una implicación didáctica es que la introducción de la expresión P(A) en el aula debe explicitar no solo que esa notación será reutilizada con contenidos distintos en otros

contextos de práctica, sino también la regla de correspondencia —el hábito, la definición o la convención— que en cada caso autoriza el vínculo entre expresión y contenido.

Síntesis: tensiones epistémicas estructurales nucleares

Las dualidades analizadas convergen en tres tensiones nucleares que serán retomadas en el análisis del holosignificado:

- *La inobservabilidad del límite frecuencial.* La probabilidad se define como el límite de una sucesión infinita de frecuencias, pero ninguna secuencia finita permite determinar ese límite.
- *La tensión entre frecuencia empírica y probabilidad teórica.* La confusión entre la frecuencia relativa observada —un dato empírico— y la probabilidad teórica —un objeto matemático límite— genera uno de los conflictos semióticos más documentados en el aprendizaje de la probabilidad (Batanero, 2005).
- *La tensión entre independencia y ley de los grandes números.* La independencia estocástica exige que el resultado de un ensayo no modifique la probabilidad del siguiente. Sin embargo, la observación de frecuencias acumuladas puede inducir al sujeto a suponer que la frecuencia relativa debe igualarse a la probabilidad en rachas cortas de ensayos, dando lugar a la falacia del jugador. Esta tensión tiene su raíz en la dualidad unitario/sistémico: confundir el comportamiento asintótico de las frecuencias —propiedad del sistema en su conjunto— con una regulación que opera en cada ensayo individual.

5. HOLOSIGNIFICADO DE LA PROBABILIDAD: SÍNTESIS, TENSIONES E IDONEIDAD EPISTÉMICA

Una vez analizado en detalle el significado frecuencial, el presente apartado integra los siete significados parciales en la red del holosignificado (§2.5), examina las relaciones de complementariedad que los articulan (§5.2), las tensiones constitutivas y los conflictos semióticos y ontológicos que estructuran la trayectoria (§5.3–5.4), y evalúa la idoneidad epistémica del constructo resultante (§5.5).

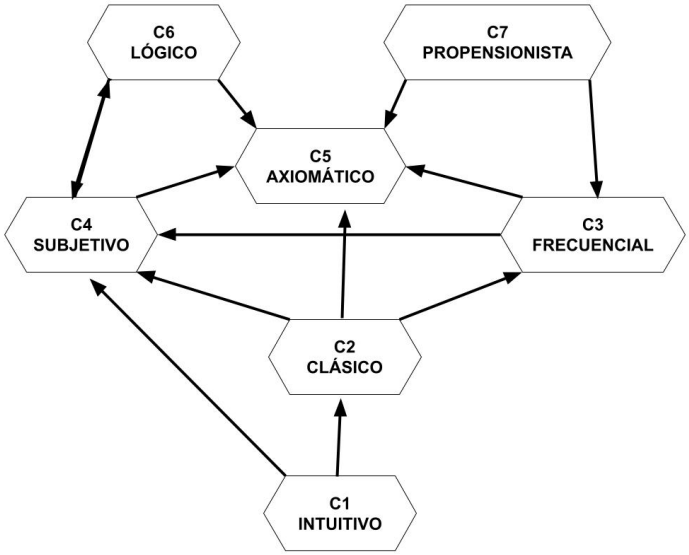
5.1. La red del holosignificado: los siete significados parciales

Los siete significados parciales de la probabilidad —intuitivo (C1), clásico (C2), frecuencial (C3), subjetivo (C4), axiomático (C5), lógico (C6) y propensionista (C7)— constituyen los nodos de la red del

holosignificado (Figura 3). Cada nodo posee una configuración ontosemiótica propia, pero su sentido pleno emerge en el contexto de la red: cada significado se sustenta gracias a sus relaciones con los demás. La distribución topológica de la Figura 3 refleja las relaciones principales. El nodo C5 (axiomático) ocupa la posición central, conectado con todos los demás mediante relaciones de compatibilidad formal. El nodo C1 (intuitivo) no tiene conexión formal con los restantes, pero constituye el fundamento cognitivo de todos ellos, por lo que su relevancia didáctica se proyecta incluso en la educación infantil. Alsina y Vásquez (2025) muestran que niños de 3 a 6 años son capaces de distinguir entre fenómenos deterministas y aleatorios y de operar con una escala cualitativa de posibilidad, lo que confirma que C1 constituye el umbral cognitivo de acceso a la probabilidad con independencia del nivel educativo. Los nodos C2 (clásico) y C3 (frecuencial) están próximos —vinculados por la ley de los grandes números— , y ambos se relacionan con C4 (subjetivo) mediante el teorema de Bayes. Los nodos C6 (lógico) y C7 (propensionista), periféricos respecto a la práctica estadística dominante, son filosóficamente indispensables para la completitud del holosignificado.

Figura 3

Holosignificado de la probabilidad. Significados parciales y sus relaciones



El holosignificado articula también una distinción de alcance curricular. Los cinco primeros significados —intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático— constituyen el *holosignificado nuclear*: corresponden a los significados con presencia en los currículos escolares y universitarios y son condición necesaria para la comprensión operativa y aplicada de la probabilidad. Los dos últimos —lógico y propensionista— forman el *holosignificado periférico*: filosóficamente indispensables para la

completitud del constructo. Esta distinción no implica jerarquía epistemológica, sino diferente peso en el diseño de la enseñanza.

5.2. Complementariedades entre los significados parciales

Las relaciones de complementariedad son aquellas en que dos o más significados parciales se articulan de manera que la comprensión de uno enriquece o hace posible la comprensión del otro. La Tabla 2 sistematiza las relaciones de la red, las principales de las cuales se describen a continuación. Además de dichas relaciones, los significados frecuencial y propensionista se relacionan por el peso que adquiere en ellos las frecuencias relativas, mientras el subjetivo y lógico por definirse la probabilidad en ambos casos como grados de creencia. Finalmente, el significado intuitivo se relaciona con todos los demás, por ser precursor de cualquiera de ellos.

Tabla 2

Red del holosignificado: relaciones entre significados parciales de la probabilidad

Rel.	Significados conectados	Tipo	Objeto articulador
R1	Intuitivo ↔ Todos	Fundamento cognitivo	Experiencia pre-formal con la aleatoriedad
R2	Clásico ↔ Frecuencial	Complementariedad + Tensión	Ley de los Grandes Números
R3	Clásico y Frecuencial ↔ Subjetivo	Complementariedad + Tensión (objetivismo/subjetivismo)	Teorema de Bayes
R4	Frecuencial ↔ Propensionista	Complementariedad + Tensión	Peso de la frecuencia relativa en la definición
R5	Subjetivo ↔ Lógico	Complementariedad (epistémicos)	Grado de creencia (que puede ser objetivo o subjetivo
R6	Axiomático → Todos	Meta-epistémica (unificadora)	Axiomas de Kolmogorov (Ω, $\mathscr{F}$, P)

La ley de los grandes números: puente entre el clásico y el frecuencial (C2 ↔ C3)

La ley de los grandes números —en su versión débil (Bernoulli, 1713/1987) y fuerte (Borel, 1909; Kolmogorov, 1933)— establece que la frecuencia relativa $f_n(A)$ converge a P(A) cuando $n \to \infty$, vinculando el significado clásico y el frecuencial en ambas direcciones. En la dirección C2→C3 justifica la aplicabilidad práctica del clásico; en la dirección C3→C2, la estimación frecuencial proporciona el valor de la probabilidad cuando la equiprobabilidad no puede asumirse *a priori*.

El teorema de Bayes: articulación entre el clásico y frecuencial y el subjetivo (C2, C3 ↔ C4)

El teorema de Bayes —$P(H|E) = P(E|H) \cdot P(H) / P(E)$— conecta los polos objetivo y epistémico del holosignificado. Los significados clásico y frecuencial proporcionan el sustrato empírico para las probabilidades previas; el significado subjetivo incorpora información no capturada por ninguna estadística disponible y permite asignar probabilidades a hipótesis, basándose en la creencia del agente, que se actualizan con datos frecuenciales. La relación R3 es simultáneamente una complementariedad funcional y una tensión constitutiva: la inferencia bayesiana moderna articula esta doble condición mediante distribuciones *a priori* de referencia, que representan el punto de encuentro entre la objetividad frecuencial y la subjetividad epistémica. La tensión entre el polo objetivo y el epistémico que articula R3 no es solo filosófica: Batanero et al. (2022) documentan que su no explicitación en la enseñanza de la inferencia produce conflictos semióticos de primer orden, en particular la mezcla de elementos frecuenciales y bayesianos en la interpretación de resultados inferenciales, que los alumnos y científicos aplican de forma indiscriminada.

La axiomática de Kolmogorov: organizador transversal (C5 → todos)

La axiomática de Kolmogorov (1933) ejerce una función meta-epistémica: proporciona el lenguaje formal en que todos los demás significados pueden expresarse. Los tres axiomas —no negatividad, normalización y σ-aditividad— son satisfechos por la probabilidad uniforme del clásico, por el límite frecuencial, por las probabilidades subjetivas coherentes (teorema de representación de De Finetti), por las funciones de confirmación de Carnap y por las propensiones de largo plazo. Como señaló Batanero (2005), el significado axiomático responde a una problemática de organización y estructuración de los restantes significados parciales: con él, la incompatibilidad filosófica coexiste con la compatibilidad formal.

Objetos matemáticos compartidos en las versiones actuales de los diferentes significados

La cohesión del holosignificado está garantizada también por objetos presentes —con redefiniciones progresivas— en las versiones modernas de todos los significados, aunque estos objetos no fueron identificados en todos ellos en su inicio. La aleatoriedad de la situación es requisito para aplicar el cálculo de probabilidades, aunque esta aleatoriedad se ha concebido en forma diferente, dependiendo de los significados de la probabilidad (Batanero, 2005). El espacio muestral Ω adopta contenidos radicalmente

distintos según el significado: colección finita de casos equiprobables en C2; colectivo idealizado de sucesiones infinitas de ensayos en C3; conjunto de hipótesis o proposiciones sobre las que se distribuye la creencia racional o subjetiva en C4; y conjunto abstracto arbitrario en C5. Frente a esta heterogeneidad, la propiedad de aditividad para sucesos incompatibles —$P(A \cup B) = P(A)+P(B)$ para todo $A, B \subseteq \Omega$ con $A \cap B = \emptyset$— se sostiene en todos los significados, con diferente grado de formalización. Esta invariancia es la expresión más elemental de la unidad matemática del concepto.

5.3. Tensiones constitutivas del holosignificado

El holosignificado no es solo una red de complementariedades, sino también una red de tensiones epistémicas estructurales. Como se estableció en §2.4, estas tensiones son inherentes a la arquitectura epistémica del objeto y explican algunos conflictos ontosemióticos que emergen en la práctica didáctica y el debate filosófico.

Tensión fundamental: propiedad del suceso frente a grados de creencias

La tensión más profunda es el carácter dual de la probabilidad señalada, entre otros, por Hacking (1975): la probabilidad como propiedad objetiva de procesos aleatorios o como grado de creencia. Los significados objetivos (C2, C3, C7) postulan que la probabilidad es una propiedad objetiva independiente de cualquier sujeto; los epistémicos (C4, C6) la conciben como medida de un estado de conocimiento. Esta tensión es filosóficamente irresoluble —como argumentó Hájek (2023)—, pero operativamente manejable mediante el pluralismo pragmático propuesto por Gillies (2000).

Tensión epistémica entre fundamento intuitivo y formalización axiomática

La presentación deductiva y formal del significado axiomático contrasta con los fundamentos no formales de los demás significados: el intuitivo y el clásico ofrecen un acceso directo basado en la evidencia racional o el sentido común, mientras que el frecuencial lo sustituye por la observación empírica sistemática. El significado axiomático prescinde de ambos tipos de fundamento y exige operar exclusivamente dentro del sistema formal. Esta tensión es estructural: los axiomas de Kolmogorov son matemáticamente neutros respecto a cualquier interpretación sustantiva, mientras que los significados intuitivo, clásico y frecuencial están constitutivamente anclados en la experiencia. Batanero y Borovcnik (2016) sugieren que la introducción del axiomático sin sustento previo de los anteriores produce

comprensiones frágiles y algorítmicas. La implicación para el tránsito didáctico es que la secuencia epistemológicamente motivada —C1 → C2 → C3 → C4 → C5— es la inversa de la que seguiría una presentación deductiva pura.

5.4. Conflictos semióticos y ontológicos en la trayectoria

La trayectoria ontosemiótica de la probabilidad no es una secuencia de avances acumulativos, sino también una historia de conflictos constitutivos del objeto (Sección 2.4); los principales conflictos se describen a continuación.

Tipología y conflictos centrales

Los *conflictos intra-configuración* se deben a tensiones internas a un significado parcial. La circularidad de la definición clásica —la equiprobabilidad presupone el concepto que se define— es el ejemplo paradigmático en C2. En C3, el conflicto central es la inobservabilidad del límite: la probabilidad se define como límite de la frecuencia cuando $n \to \infty$, pero ese límite no es observable en ninguna serie finita (Hájek, 2023). En C4, la tensión entre la exigencia normativa de coherencia —las apuestas de un agente racional deben ser coherentes— y la evidencia empírica de incoherencia sistemática en los agentes reales ha generado una extensa investigación sobre sesgos y heurísticas probabilísticas (Batanero y Borovcnik, 2016; Kahneman et al., 1982).

Los *conflictos inter-configuración* emergen en las transiciones entre significados. El más fértil históricamente es el que enfrenta C2 con C3: el significado clásico presupone la equiprobabilidad de los casos posibles, una condición que un dado cargado —cuyas caras no tienen igual probabilidad de aparecer— no satisface, de modo que el cómputo combinatorio clásico simplemente no puede aplicarse a este caso. Von Mises (1928/1981) utilizó precisamente este ejemplo para mostrar el límite del significado clásico, y la respuesta frecuencial lo resuelve abandonando la equiprobabilidad como condición necesaria: la probabilidad de cada cara se estima a partir de la frecuencia relativa observada, sea o no equiprobable el dado. A cambio, esta generalización introduce una restricción que el significado clásico no necesitaba: la replicabilidad del ensayo, es decir, la posibilidad de repetir el experimento un número indefinido de veces en condiciones idénticas e independientes (Gillies, 2000). El más profundo enfrenta C3 con C4: para el frecuencialismo la probabilidad es una propiedad objetiva del proceso; para De Finetti (1937), la probabilidad no existe como entidad independiente de los agentes. El conflicto entre

el axiomático y los demás tiene naturaleza diferente: no enfrenta posiciones filosóficas rivales, sino un marco formal que suspende deliberadamente la interpretación con los marcos que reclaman una interpretación sustantiva (Galavotti, 2005). Sin embargo, el significado axiomático fue aceptado sin reservas por todas las escuelas, porque las diferentes definiciones de probabilidad cumplían los axiomas. El conflicto ontológico central es la disputa entre el objetivismo y el subjetivismo probabilístico, que, como hemos señalado es filosóficamente irresoluble y la comunidad matemática ha adoptado pragmáticamente. Un segundo conflicto de gran relevancia didáctica concierne al estatuto del espacio muestral. Bajo el mismo término coexisten referentes radicalmente distintos: un conjunto finito concreto en C2, un conjunto finito con sucesos no equiprobables o un conjunto infinito en C3 y cualquier conjunto abstracto arbitrario en C5, donde la incompatibilidad aparente entre los anteriores queda formalmente resuelta. Esta heterogeneidad convierte la identificación del espacio muestral en un generador persistente de conflictos semióticos, tanto en la historia como en el aula.

Para finalizar esta sección, resaltamos que el análisis histórico muestra que los conflictos semióticos y ontológicos no son obstáculos accidentales, sino que cada nuevo significado emerge como respuesta a los conflictos no resueltos del precedente. Esta dinámica de conflicto-emergencia es coherente con una concepción del progreso epistemológico como proceso no lineal y discontinuo. Varios conflictos permanecen filosóficamente abiertos: el problema de la interpretación, esto es, si la probabilidad es una propiedad objetiva del mundo o una construcción epistémica del sujeto (Galavotti, 2017); el problema de la clase de referencia, que cuestiona cómo asignar probabilidad a un caso singular cuando no existe una clase natural de repetición (Gillies, 2000); y la tensión entre probabilidad objetiva y subjetiva (Hájek, 2023). Reconocerlos explícitamente es condición tanto de un análisis epistemológico honesto como de una enseñanza que no reduzca la probabilidad a un conjunto de reglas de cálculo (Borovcnik y Kapadia, 2014b).

5.5. Idoneidad epistémica del holosignificado

Esta sección evalúa si el constructo reconstruido es un instrumento fiel de la complejidad epistemológica de la probabilidad y útil para las finalidades didácticas y epistemológicas de este trabajo. La evaluación se apoya en cuatro criterios —representatividad, coherencia, completitud y actualización— y en las seis dimensiones de la idoneidad sistémica del EOS-A (Godino, 2026).

Representatividad, coherencia, completitud y actualización

El criterio de *representatividad* exige que el holosignificado incluya los principales significados parciales institucionalmente reconocidos. El conjunto de siete significados reconstruido cubre la diversidad histórico-epistemológica en sus dimensiones histórica, filosófica y aplicativa

El criterio de *coherencia* exige que el holosignificado sea una red articulada, no un inventario de definiciones y propiedades. Para lograrla, se incluye la Tabla 2, que sistematiza relaciones entre los siete significados, clasificadas según su tipo y el objeto articulador. El criterio de *completitud* exige que los campos de problemas representados sean suficientemente amplios para que ningún contexto de uso relevante resulte inaprensible. Esto se cumple con los siete campos identificados históricamente, aunque por cuestiones de extensión no nos detenemos en las aplicaciones específicas de la estadística inferencial contemporánea.

El criterio de *actualización* evalúa si el holosignificado refleja el estado actual del debate. Algunas aplicaciones a la inferencia y derivaciones del bayesianismo computacional contemporáneo —métodos MCMC, modelos jerárquicos, redes bayesianas—no se desarrollan en profundidad, lo que constituye la limitación más relevante en términos de cobertura de las aplicaciones actuales de la probabilidad (Borovcnik y Kapadia, 2014b).

En resumen, la idoneidad epistémica del holosignificado puede calificarse como alta en representatividad y coherencia, y como alta con limitaciones específicas en completitud y actualización. Estas limitaciones no afectan a la validez del constructo como instrumento de referencia epistemológica.

Dimensiones de idoneidad sistémica del EOS-A

Para completar el análisis de la *idoneidad epistémica* (dimensión principal) se estudian las otras dimensiones de la idoneidad sistémica. La *idoneidad ecológica* es adecuada, pues el holosignificado refleja el estado del debate filosófico y matemático sobre la probabilidad e incluye explícitamente las tensiones no resueltas, aunque su cobertura de las aplicaciones en inteligencia artificial y ciencia de datos es parcial. La *idoneidad cognitiva* es adecuada para los destinatarios previstos —investigadores en educación matemática, epistemólogos y profesores con formación avanzada. La *idoneidad interaccional* es aceptable: cada posición filosófica se presenta con fidelidad a sus propios argumentos. La *idoneidad mediacional* es adecuada: se utiliza la notación estándar del cálculo de probabilidades y el vocabulario filosófico propio de cada tradición. La *idoneidad afectivo-axiológica* es alta: los conflictos filosóficos

abiertos se reconocen explícitamente, las posiciones minoritarias reciben el mismo tratamiento sistemático que las dominantes, y las tensiones constitutivas se presentan como rasgos del objeto, no como deficiencias de la teoría.

El holosignificado como herramienta para el análisis curricular

La contribución más directamente aplicable del trabajo realizado sobre el holosignificado es su uso como herramienta para el análisis del diseño curricular de la probabilidad en tres sentidos. Primero, proporciona un mapa completo del territorio conceptual: los siete significados (en especial, los cinco incluidos en el campo de la matemática) con sus campos de problemas, objetos matemáticos y tensiones son el horizonte normativo respecto al cual puede evaluarse cualquier proceso de enseñanza. Segundo, identifica las relaciones que el currículo debe articular explícitamente para desarrollar la competencia de tránsito. Tercero, identifica las tensiones constitutivas que el currículo debe gestionar. La investigación en didáctica documenta las consecuencias de ignorar estas tensiones: cuando el currículo presenta solo el significado clásico, los alumnos desarrollan el sesgo de equiprobabilidad (Batanero y Borovcnik, 2016); cuando presenta solo el frecuencial, no pueden asignar probabilidades a eventos irrepetibles; cuando no introduce el significado subjetivo, carecen de herramientas para el razonamiento bayesiano que la medicina, la ciencia y la vida cotidiana demandan (Batanero y Álvarez-Arroyo, 2024).

6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Este artículo ha reconstruido el holosignificado como una red articulada de siete significados parciales —intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo, axiomático, lógico y propensionista— cuya coherencia se sostiene en tres relaciones estructurales que los articulan: la ley de los grandes números, el teorema de Bayes y la axiomática de Kolmogorov.

Las implicaciones didácticas del holosignificado son de alcance normativo. La gradación epistémica de los significados parciales—intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático— establece una secuencia de accesibilidad conceptual en la que el significado axiomático actúa como pivote: su comprensión genuina presupone que los cuatro significados precedentes estén suficientemente consolidados, mientras que los significados lógico y propensionista completan el holosignificado filosófico sin ser imprescindibles para el dominio operativo básico. La competencia de tránsito entre significados —la capacidad de reconocer qué significado es apropiado en cada contexto y de moverse

con fluidez entre ellos— se propone como indicador de comprensión genuina y como criterio evaluativo del aprendizaje.

El holosignificado informa igualmente la investigación sobre el conocimiento profesional del profesor de estocástica. Si este desconoce, por ejemplo, la tensión entre el límite frecuencial idealizado de von Mises y la frecuencia relativa empírica observada carece de recursos para anticipar y gestionar el conflicto semiótico más documentado en la literatura: la confusión del alumnado entre probabilidad teórica y frecuencia observada (Chaput et al., 2011). De modo análogo, el desconocimiento de la tensión objetivismo/subjetivismo dificulta la introducción significativa del razonamiento bayesiano, cuya presencia en los currículos de bachillerato y en las aplicaciones científicas y tecnológicas es creciente y es resaltada por Steib, et al. (2025). El holosignificado proporciona al profesor un mapa epistemológico explícito que permite identificar qué aspectos del concepto están representados en su enseñanza, cuáles están ausentes y qué relaciones entre significados conviene establecer en cada etapa del proceso.

Más allá de la probabilidad, el procedimiento metodológico empleado es transferible a otros constructos matemáticos y científicos, como, por ejemplo, función, integral o límite en matemáticas, o la de energía, especie o información en las ciencias experimentales. Todos ellos presentan trayectorias ontosemióticas plurales con significados parciales históricamente diferenciados, relaciones de complementariedad y tensión y conflictos semióticos documentados en la investigación didáctica. La reconstrucción de sus respectivos holosignificados de referencia mediante el modelo de tres niveles del EOS-A constituye una línea de investigación de notable interés tanto para el análisis epistemológico como para el diseño curricular informado.

Declaración sobre el uso de la IA

Durante la preparación de este trabajo, el autor utilizó las herramientas de inteligencia artificial Claude-Anthropic y NotebookLM para buscar fuentes documentales, resumir y comparar documentos sugerir traducciones y refinar la redacción para mayor claridad y precisión. La IA no participó en la conceptualización de los objetivos ni en el desarrollo de la metodología de la investigación. Tras utilizar estas herramientas, el autor revisó y editó el contenido según fuera necesario y asume la plena responsabilidad del mismo.

Reconocimiento

Investigación realizada como parte del proyecto de investigación PID2022-139748NB-100 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y FEDER, con apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, España).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, A. y Vásquez, C. (2025). *Estadística y probabilidad. Itinerarios de enseñanza para educación infantil.* Graó.

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8*(3), 247–263.

Batanero, C. y Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM, 56*(1), 5-17. https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5

Batanero, C., Begué, N. y Valenzuela-Ruiz, S. M. (2022). Modelización de la variabilidad muestral en diferentes metodologías de la inferencia. *Revista de Educación Estadística, 1*(1), 1-22.

Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8

Burgos, M., Batanero, C. y Godino, J.D. (2022). Algebraization levels in the study of probability. *Mathematics, 10*(1), 91. https://doi.org/10.3390/math10010091

Batanero, C. y Díaz, C. (2007). Meaning and understanding of mathematics. The case of probability. En J. P. Van Bendegem y B. Van Kerkhove (Eds.), *Perspectives on mathematical practices* (pp. 107-128). Springer.

Batanero, C., Henry, M. y Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G.A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_2

Bayes, T. (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 53*, 370-418. https://doi.org/10.1098/rstl.1763.0053

Bellhouse, D.R. (2000). De Vetula: a medieval manuscript containing probability calculations. *International Statistical Review, 68*(2), 123-136. https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2000.tb00317.x

Bernoulli, J. (1987). *Ars conjectandi- 4ème partie*. IREM. (Obra original publicada en 1713)

Borel, É. (1909). Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 27*, 247-271. https://doi.org/10.1007/BF03019651

Borovcnik, M. y Kapadia, R. (2014a). From puzzles and paradoxes to concepts in probability. En E.J. Chernoff y B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 35-73). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_3

Borovcnik, M. y Kapadia, R. (2014b). A historical and philosophical perspective on probability. En E.J. Chernoff y B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 7-34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_2

Carnap, R. (1950). *Logical foundations of probability*. University of Chicago Press.

Chaput, B., Girard, J.C. y Henry, M. (2011). Frequentist approach: Modelling and simulation in statistics and probability teaching. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in*

school mathematics-Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study (pp. 85-95). Springer.

De Finetti, B. (1937). La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives. *Annales de l'Institut Henri Poincaré, 7*(1), 1–68.

Elgueda-Ibarra, M., Batanero, C. y Gea, M.M. (2026). Significados de la probabilidad en libros de texto españoles de educación secundaria obligatoria. *PNA, 21*(1), 35-61. https://doi.org/10.30827/pna.v21i1.35375

Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research.* Orienta-Konsultit.

Engeström, Y. y Sannino, A. (2021). From mediated actions to heterogeneous coalitions: Four generations of activity-theoretical studies of work and learning. *Mind, Culture, and Activity, 28*(1), 4-23. https://doi.org/10.1080/10749039.2020.1806328

Font, V., Godino, J.D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics, 82*(1), 97-124. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0

Galavotti, M. C. (2005). *A philosophical introduction to probability*. CSLI Publications.

Galavotti, M. C. (2017). The interpretation of probability: Still an open issue? *Philosophies, 2*(1), 2. https://doi.org/10.3390/philosophies2010002

Gillies, D. (2000). *Philosophical theories of probability*. Routledge.

Godino, J.D. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. McGraw Hill-Aula Magna. https://hdl.handle.net/10481/93596

Godino, J.D. (2026). Idoneidad sistémica en procesos de producción y diseminación del conocimiento: Una ampliación de la idoneidad didáctica y del Enfoque Ontosemiótico. *Revemop, 8*, e2026005. https://doi.org/10.33532/revemop.e2026005

Godino, J.D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325–355.

Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2), 127-135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J.D., Burgos, M. y Gea, M. M. (2022). Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53*(10), 2609-2636. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1896042

Hacking, I. (1975). *The emergence of probability: A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference*. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511817557

Hájek, A. (2023). Interpretations of probability. En E. N. Zalta y U. Nodelman (Eds.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (edición de otoño de 2023). Stanford University. https://plato.stanford.edu/archives/fall2023/entries/probability-interpret/

Huygens, C. (1657). De ratiociniis in ludo aleae. En J. Elsevirii. *Exercitationes matematicae. Liber V.*

Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases.* Cambridge University Press.

Keynes, J. M. (1921). *A treatise on probability*. Macmillan.

Kolmogorov, A. N. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-49888-6

Laplace, P.S. (1814). *Essai philosophique sur les probabilités*. Courcier.

Malet, O., Giacomone, B. y Repetto, A. M. (2021). La idoneidad didáctica como herramienta metodológica: desarrollo y contextos de uso. *Revemop, 3*, e202110. https://doi.org/10.33532/revemop.e202110

Popper, K. R. (1959). The propensity interpretation of probability. *The British Journal for the Philosophy of Science, 10*(37), 25-42. https://doi.org/10.1093/bjps/X.37.25

Ramsey, F.P. (1931). Truth and probability. En R. B. Braithwaite (Ed.), *The foundations of mathematics and other logical essays* (pp. 156–198). Kegan Paul, Trench, Trubner & Co. (Trabajo original publicado en 1926).

Reichenbach, H. (1949). *The theory of probability: An inquiry into the logical and mathematical foundations of the calculus of probability*. University of California Press. (Trabajo original publicado en 1935).

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: Reflections and directions. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). Macmillan.

Steib, N., Büchter, T., Eichler, A., Binder, K., Krauss, S., Böcherer-Linder, K., Vogel, M. e Hilbert, S. (2025). How to teach Bayesian reasoning: An empirical study comparing four different probability training courses. *Learning and Instruction, 95,* 102032. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2024.102032

Venn, J. (1876). *The logic of chance: An essay on the foundations and province of the theory of probability* (2.ª ed.). Macmillan.

Von Mises, R. (1919). Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Mathematische Zeitschrift, 5*(1-2), 52-99. https://doi.org/10.1007/BF01203155

Von Mises, R. (1981). *Probability, statistics and truth* (2.ª ed.). Dover. (Obra original publicada en 1928).

Wilhelmi, M.R., Godino, J.D. y Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathematiques, 27*(79), 77-120.

Como citar:

Godino, J.D. (2026). Reconstrucción del holosignificado de la probabilidad a partir de su trayectoria ontosemiótica. *Revista de Educación Estadística, 5*, 1-35. https://doi.org/10.29035/redes.5.1.4

Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.