

UNA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA PARA LA MEJORA DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS PRUEBAS DE HIPÓTESIS DESDE LA MIRADA DE LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

Uma ferramenta tecnológica para melhorar o ensino e aprendizagem de testes de hipóteses sob a ótica de critérios de adequação didática

A technological tool to improve teaching and learning of hypothesis testing from the view of didactic suitability criteria

Osmar Darío Vera ¹

Universidad de Cádiz (Cádiz, España)

Resumen

Después de haber finalizado dos cursos de análisis de datos, se hizo un estudio de evaluación de dificultades y errores en relación a la comprensión del contraste de hipótesis en una muestra de 224 estudiantes de la carrera de Psicología en la Universidad de Huelva, para lo cual se planteó un problema abierto con dos preguntas. Parte del Enfoque Ontosemiótico fue utilizado, junto con la teoría de la función semiótica, para analizar dificultades y errores encontrados en los significados; además de la investigación previa que se revisa. Se observaron dificultades relacionados con la discriminación entre los tipos de error, relación entre regiones de rechazo y aceptación, nivel de significación, valor p y potencia, junto con múltiples conflictos semióticos. Usando esa información generada a partir de la muestra y apoyados en los criterios de idoneidad didáctica se presentó una herramienta para la enseñanza y aprendizaje del cálculo de probabilidades para este nivel de estudiantes, ya que es conocimiento esencial para las pruebas de hipótesis. Se concluyó, poniendo en discusión esa herramienta tecnológica que permitiría valorar la enseñanza y aprendizaje del objeto estadístico pruebas de hipótesis usando las nuevas formas de enseñar matemática a través del uso de la tecnología digital disponible y que además en este caso es gratuita.

Palabras clave: Dificultades en Pruebas de Hipótesis, Estudiantes Universitarios, Enfoque Ontosemiótico, Criterios de Idoneidad Didáctica, Uso de Tecnología en Cálculo de Probabilidades.

Resumo

Após a conclusão de dois cursos de análise de dados, foi realizado um estudo para avaliar as dificuldades e erros em relação ao entendimento do contraste de hipóteses em uma amostra de 224 alunos da carreira de Psicologia da Universidade de Huelva, para os quais um problema aberto com duas perguntas foram feitas. Parte da Abordagem Ontossemiótica foi utilizada, juntamente com a teoria da função semiótica, para analisar as dificuldades e erros encontrados nos significados; além de pesquisas anteriores que foram revisadas. Dificuldades relacionadas à discriminação entre tipos de erro, relação entre regiões de rejeição e aceitação, nível de significância, p-valor e a potência foram observadas, além de múltiplos conflitos

*Autor de correspondencia: osmar.dario@uca.es (O. D. Vera)

¹ <https://orcid.org/0000-0003-2163-8516> (osmar.dario@uca.es)

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

semióticos. A partir das informações geradas a partir da amostra e amparadas pelos critérios de adequação didática, foi apresentada uma ferramenta para o ensino e aprendizagem do cálculo de probabilidades para alunos desse nível, por se tratar de um conhecimento essencial para o teste de hipóteses. Concluiu-se colocando em discussão aquela ferramenta tecnológica que permitiria avaliar o ensino e a aprendizagem do objeto estatístico, testes de hipóteses utilizando as novas formas de ensinar matemática através do uso da tecnologia digital disponível e que, neste caso, é gratuita.

Palavras-chave: Dificuldades no Teste de Hipóteses, Estudantes Universitários, Abordagem Ontossemiótica, Critérios de Adequação Didática, Uso de Tecnologia no Cálculo de Probabilidades.

Abstract

After completing two data analysis courses, a study was carried out to evaluate difficulties and errors in relation to understanding the hypothesis testing in a sample of 224 students of the Psychology degree at the University of Huelva, for which an open problem with two questions was presented. Part of the Ontosemiotic Approach was used, together with the semiotic function theory, to analyze difficulties and errors found in the meanings; in addition to a previous investigation that is reviewed. Difficulties related to discrimination between error types, relationship between rejection and acceptance regions, level of significance, p-value and power, along with multiple semiotic conflicts, were observed. Using this information generated from the sample and supported by the didactic suitability criteria, a tool was presented for teaching and learning the calculation of probabilities for this level of students, since it is essential knowledge for hypothesis testing. It was concluded by discussing this technological tool that would allow the assessment of the teaching and learning of the statistical object, hypothesis tests, using the new ways of teaching mathematics through the use of available digital technology and which, in this case, is also free.

Keywords: Difficulties Hypothesis Tests, University Students, Onto-Semiotic Approach, Criteria of Didactic Suitability, Use of Technology in Calculation of Probabilities.

Recibido: 23/05/2022 - Aceptado: 08/09/2022

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la estadística y la probabilidad en la Universidad representa ya un campo de la investigación, en particular la inferencia estadística juega un papel fundamental en la mayoría de las carreras universitarias, casi todas ellas se encuentran atravesadas por ese conocimiento y por la necesidad de extender las conclusiones obtenidas en muestras a poblaciones. Sin embargo, su uso e interpretación por parte de los estudiantes o aun, en las publicaciones de revistas especializadas no es el adecuado, eso lo muestran diversas revisiones de investigación (Batanero, 2000; Begué et al., 2019; Castro Sotos et al., 2007). Abordar una enseñanza desde un enfoque formal - deductivo y basado en nociones de, por ejemplo: muestra aleatoria y población, intervalo de confianza, definición y significado de hipótesis nula y alternativa, nivel de significación y p-valor, así como la interpretación de los resultados en términos del problema ocasionan grandes dificultades para los estudiantes (Harradine et al., 2011; Vera, 2019). Los errores en estudiantes universitarios (Krauss y Wassner, 2002; Vallecillos, 1994) se centran en su

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

mayoría en esas nociones, además de la confusión en la asignación de hipótesis estadísticas y en el proceso mismo de la prueba. Batanero et al. (2019) advierten que los errores que se encuentran en el proceso de contraste de hipótesis provienen de una inadecuada interpretación de la distribución muestral. La mayoría de las disciplinas que se enseñan en la Universidad requieren de conocimiento estadístico, teniendo en cuenta la necesidad del cálculo y la interpretación de los resultados que le son necesarias, que los fallos provienen de ambos frentes, debemos buscar nuevas formas de enseñarla sin alejarnos de lo formal pero que los cálculos supongan una economía de pensamiento. Por ello en este trabajo queremos discutir la posibilidad que ofrece la tecnología digital presentando una aplicación de uso libre sin necesidad de conexión a una red de internet cuando se la manipula, para allanar la problemática de los cálculos (especialmente en los de distribuciones de probabilidad), valorar la importancia que supone la interpretación de los resultados dedicándole más tiempo por su dificultad, captar el interés de los estudiantes, manejar mejor los tiempos de la enseñanza, poder introducir nuevos y necesarios conocimientos al currículo a través de una gran variedad de problemas facilitando la consulta de los estudiantes entre sí, el chequeo de sus resultados y la interacción con los profesores. La propuesta es valorar los cambios en la enseñanza de una componente esencial para el manejo de las pruebas de hipótesis, el cálculo de probabilidades, tratando de responder a la demanda que se le hace a la Didáctica de las Matemáticas acerca de sus aportes para la mejora de la enseñanza (Breda et al., 2018). En este contexto, el objetivo del trabajo fue el de dar a conocer las dificultades y errores encontrados en una muestra de 224 estudiantes universitarios luego de responder dos preguntas a un problema abierto de contraste de hipótesis. Las dificultades estuvieron relacionadas fundamentalmente con: las probabilidades de los tipos de error, determinación de regiones de decisión, el nivel de significación y potencia, la regla de decisión, el cálculo de probabilidades necesario para la toma de decisión, la determinación de percentiles y la manipulación de las tablas de distribuciones. Hemos encontrado coincidencias y disidencias con la investigación previa, así advertimos con apoyo del marco teórico enfoque ontosemiótico y como emergentes de la tarea la presencia de conflictos semióticos (Godino et al., 2007). Haciendo uso de esa información, finalizamos con una discusión sobre la aplicación de la tecnología para el cálculo de probabilidades mostrando como al introducir esta mejora en el proceso de enseñanza y de aprendizaje se ensamblan entre si las facetas del constructo idoneidad didáctica provisto por el marco teórico (Godino et al., 2017).

A continuación, se desarrolla el marco teórico empleado en el trabajo, en la sección 3 los antecedentes sobre los que se fundamenta la investigación, en la sección 4 la metodología empleada, en la siguiente

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

sección se muestran los resultados para finalmente en la sexta sección abordar una discusión junto con algunas conclusiones.

2. MARCO TEÓRICO

En este trabajo nos basamos en ideas teóricas propuestas en el enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2007; Godino 2014; Godino et al.,2017) en los que se sugiere que el significado de los objetos matemáticos o estadísticos (por ejemplo, prueba de hipótesis; estadístico, región de rechazo y de aceptación, potencia de una prueba estadística, etc.) forman una compleja red, en la que intervienen y emergen los siguientes tipos de objetos matemáticos primarios: situaciones-problemas, lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos. Estos autores, destacan la diferencia entre significado institucional y personal; el primero refleja las practicas matemáticas que la institución intenta transmitir al estudiante, el segundo es el adquirido por el estudiante en el seno de la institución que podrían coincidir o no con las que ésta pretende (si coinciden indicará un aprendizaje). Utilizamos el método de análisis semiótico propuesto por estos autores, para analizar las respuestas de los estudiantes de Psicología en el planteamiento de un problema de prueba de hipótesis a dos preguntas concretas en ese sentido, sobre la decisión que se debe tomar sobre las hipótesis y la determinación de la potencia de la prueba. Este análisis consiste en la identificación de las prácticas matemáticas de los estudiantes al tratar de generar sus respuestas, así como de los objetos y procesos matemáticos implicados. Como resultado se identificaron conflictos semióticos de estos estudiantes, que se producen al realizar una función semiótica no adecuada desde el punto de vista institucional. Usando esa información generada a partir de la muestra y apoyados en los criterios de idoneidad didáctica (Godino et al., 2017) ponemos en discusión una herramienta tecnológica para la enseñanza y aprendizaje de las pruebas de hipótesis para este nivel de estudiantes basada en el cálculo de probabilidades.

2.1. Criterios de Idoneidad didáctica

¿Por qué usar los criterios de idoneidad didáctica para la valoración y la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?

Coincidiendo con (Breda et al.,2018) creemos que, a la Didáctica de las Matemáticas, entendida como ciencia de tipo explicativo o comprensivo, se la suele utilizar para responder a dos demandas diferentes, a saber: 1) comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (se trata de una

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

didáctica descriptiva y explicativa) y 2) sirva para valorar los procesos y alcanzar una mejora (se trata de una didáctica valorativa). Si bien las demandas son diferentes, están estrechamente relacionadas, ya que sin comprender los procesos sería imposible mejorarlos y valorarlos. La primera demanda (en relación al aprendizaje de las pruebas de hipótesis en estudiantes universitarios de Psicología de la Universidad de Huelva) ha sido respondida en la tesis doctoral del autor de este artículo (Vera, 2015) ya que hemos generado un conocimiento sobre las dificultades de los estudiantes en relación al contenido pruebas de hipótesis para la media de una distribución normal, entre otros. En este trabajo se pretende dar una respuesta a la segunda demanda, lo que implica meternos en un terreno un tanto incierto y poco explorado que tiene que ver con valoraciones y principios respecto de lo que está bien y aquello que no en relación a la enseñanza y el aprendizaje de este objeto estadístico. Desde nuestra experiencia vamos a sugerir la introducción para el cálculo de probabilidades de distribuciones de una herramienta tecnología de uso libre, llamada *Probability Distribution* (Bognar, 2017), siguiendo esta idea de concebir a la Didáctica de las matemáticas como generadora de criterios normativos (Breda et al, 2018), ya que como profesores de esta asignatura aplicamos cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje basado en esa ciencia. Encararemos esta mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de este objeto estadístico basándonos en el marco del EOS (Godino et al., 2007) utilizando el constructo teórico *idoneidad didáctica* (Godino, 2003; Godino et al., 2009; Godino et al., 2017). Esta herramienta teórica sirve para guiar la reflexión de los profesores en su enseñanza, valorar los cambios para el proceso de resignificación de contenidos e introducir a estos en la investigación educativa (Breda et al., 2018).

¿A qué llamamos idoneidad didáctica y cuáles son esos criterios?

Se trata de un rasgo graduable de los procesos de enseñanza y aprendizaje que supone la articulación coherente de las siguientes seis facetas (Godino et al., 2007), sobre todo teniendo en cuenta el contexto en el cual se aplican, además brinda un sistema de indicadores empíricos que se identifican en cada una de ellas. *Idoneidad epistémica*: en relación con significados institucionales; *idoneidad cognitiva*: en relación con significados personales; *idoneidad ecológica*: en relación con el contenido compartido con otras disciplinas, la escuela, la sociedad; *idoneidad interaccional*: relacionada con la organización de las tareas, de los tiempos para cada unidad didáctica, las dificultades de los estudiantes; *idoneidad mediacional*: relacionada con el conocimiento y uso de recursos, ya sean de tipo tecnológico, como materiales, temporales e *idoneidad afectiva*: relacionada con aspectos emocionales, afectivos, actitudinales, creencias sobre los objetos que se pretende manipular para enseñar.

3. ANTECEDENTES

Para el estado de la cuestión que se presenta nos basamos en las síntesis previas incluidas en las tesis doctorales de Vallecillos (1994), Olivo (2008) y Cañadas (2012). También se utilizan algunos trabajos de síntesis como los de Batanero (2000), Castro Sotos et al. (2007), Díaz et al. (2008) y Harradine et al. (2011), estos realizan una exploración muy exhaustiva de la literatura con la finalidad de reunir publicaciones que reporten estudios con evidencia empírica de conceptos erróneos en relación con la inferencia estadística en estudiantes universitarios.

A continuación, se presenta una síntesis de investigaciones sobre la enseñanza del contraste de hipótesis que se utiliza para este trabajo, y en otro apartado sólo lo poco que se encuentra en literatura en relación a la enseñanza de la probabilidad usando aplicaciones de uso libre.

3.1. Investigaciones sobre la enseñanza del contraste de hipótesis

La investigación en relación con esta temática es abundante, pues los contrastes de hipótesis son herramientas básicas en investigación empírica. Batanero (2000) indica que, para resolver problemas de pruebas de hipótesis se requiere que los estudiantes comprendan y sean capaces de relacionar muchos conceptos abstractos. Esto explica que el uso de las pruebas de hipótesis en las ciencias empíricas en general y en particular en la Psicología ha sido muy criticado (Batanero, 2000; Harlow et al., 1997).

Los conceptos peor entendidos asociados con los contrastes de hipótesis son el nivel de significación α (probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta), y el valor p. La interpretación incorrecta más extendida del nivel de significación es cambiar los términos de la probabilidad condicional en su definición, interpretándolo como probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta, habiendo tomado la decisión de rechazarla (Díaz et al., 2008). El mismo intercambio de condicional se hace en la interpretación del valor p (probabilidad de obtener un valor igual o más extremo al dado, si la hipótesis nula es cierta) que se interpreta como probabilidad de que la hipótesis sea cierta si se obtuvo el valor dado del estadístico, este error también lo denuncia Vallecillos (1994) y Cañadas (2012) donde los estudiantes de su muestra confunden nivel de significación con el concepto de valor p. Lecoutre et al. (2001) y Haller y Kraus (2002) lo han descrito en profesores de metodología e investigadores en Psicología. Usualmente los estudiantes que realizan una incorrecta interpretación del nivel de significación o del valor p arrastran este error para una incorrecta interpretación de los resultados significativos (Díaz-Batanero, 2018).

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

Una consecuencia de esta interpretación incorrecta del nivel de significación es, en opinión de Díaz et al. (2008), que los investigadores tienen una confianza excesiva en que una repetición del experimento llevará consigo una replicación de los resultados. También en Cañadas (2012) hemos encontrado que: responden según el contexto del problema, pero rechazan la hipótesis nula cuando no deberían hacerlo y tienen en cuenta el valor p pero no α explícitamente, entre otros.

3.2. Uso de aplicaciones libres

Se coincide con Trigueros et al. (2022), quienes afirman que hoy en día encontramos nuevas formas de enseñar matemática a estudiantes con diversos intereses, que muchas veces desaprovechamos. Al respecto nos ofrece muchas posibilidades la tecnología digital, para ayudarles a nuestros estudiantes a comprender el papel de la estadística en diversos campos de estudio, y como docentes nos permite equilibrar mejor el hexágono de los componentes de la idoneidad didáctica (Godino et al., 2009, p.16) a la hora de valorar y resignificar nuestra enseñanza dedicando más tiempo (idoneidad ecológica) a la componente interaccional, emocional y epistémica, ayudando a la cognitiva mediante la mediacional. En este sentido, se recurrió a la implementación de algunas propuestas que involucren la utilización de software en las clases de probabilidad y estadística (se inicia en clases presenciales) y se pudo sostener en las clases virtuales con gran éxito. Se escoge como apropiada para el cálculo de probabilidades la aplicación *Probability Distribution* desarrollada por el profesor Matthew Bognar (2017) (la podemos encontrar en <https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/>) se puede bajar al teléfono móvil libremente y ser utilizada sin estar conectados a alguna red de internet cuando se la usa. Coincidimos con Ruiz Ledesma (2018) quien afirma en su investigación que esta aplicación le fue de mucha ayuda en el proceso, dando gran ventaja a los estudiantes debido a que redujo el tiempo de cálculo de probabilidades y percentiles de distribuciones, sean tanto en relación con distribuciones discretas como continuas; también la autora expresa la ventaja para el aprendizaje ya que se observa un gráfico en ejes cartesianos de lo que se está calculando, permitiendo en una misma hoja visualizar a la vez al menos dos representaciones de un mismo objeto matemático (el cálculo de una probabilidad). También Calandra et al. (2022) de Duval (1996) sostiene que para la comprensión de un concepto matemático es necesario coordinar al menos dos registros de representación y que, como esa coordinación no se da espontáneamente en los sujetos, se les deben proponer tareas específicas que la favorezcan.

4. METODOLOGÍA

A través de una muestra formada por 224 estudiantes de Psicología de la Universidad de Huelva que habían cursado el primer año la asignatura de Análisis de Datos I y Análisis de Datos II (correspondientes al segundo año de estudios), donde se impartían conceptos de: muestreo, estimación de intervalos de confianza y contraste de hipótesis sobre medias y proporciones, así como análisis de varianza y regresión lineal obtuvimos información acerca de la comprensión del objeto estadístico contraste de hipótesis. Los datos fueron recogidos dentro de la asignatura Análisis de Datos II, y los estudiantes participantes estaban habituados a resolver problemas de contraste de hipótesis.

Se les propuso el problema que se presenta en Figura 1. La tarea fue resuelta por los estudiantes por escrito y en forma individual, se les entregó además una lista de fórmulas estadísticas para evitar que tuvieran que memorizarlas. Los alumnos pudieron utilizar la calculadora. Una vez recogidas las respuestas, que son datos textuales, se utilizó el análisis de contenido, una técnica muy utilizada en la investigación educativa (véase, por ejemplo, Cañadas, 2012 ó Gea, 2014), su objetivo final es la búsqueda del significado implícito en el texto, a partir de un estudio sistemático del mismo. Esta técnica fue aplicada a las producciones escritas de los estudiantes. Se hizo un análisis cualitativo una vez recogidos los datos, el mismo consistió en un proceso cíclico e inductivo donde se compararon las respuestas para llegar a una categorización. Para realizar el análisis, se recurrió a nuestro conocimiento previo sobre el tema, apoyados en la revisión de antecedentes.

Figura 1

Tarea planteada a los estudiantes de la muestra

Problema: Se sabe por diversos trabajos de investigación que los niños de seis años tienen una velocidad lectora media de 40 palabras por minuto, con varianza igual a 16. Un profesor quiere saber si los niños de su clase se sitúan o no en la media de palabras por minuto. Para ello mide la velocidad de lectura en los 25 niños de su clase, obteniendo una media de 43 palabras por minuto.

- 1. Indique la decisión que debe tomar sobre las hipótesis, con un nivel de confianza del 95%.*
- 2. Determinar la potencia del contraste si partimos de que el valor que toma la media poblacional bajo la hipótesis alternativa es igual a 42, con nivel de significación 0.05.*

En las respuestas correspondientes al problema (Figura 1), el estudiante he de determinar la decisión que toma respecto de las hipótesis estadísticas (apartado 1.) y la potencia del contraste, dado un valor de la media poblacional en la hipótesis alternativa y un nivel de significación (apartado 2.).

Se espera del estudiante que primeramente identifique los datos emergentes del enunciado para poder resolver la tarea. Es decir, se espera que identifique el valor de la media y la varianza poblacional

(deduzca de esta la desviación estándar), el tamaño muestral, el valor de la media muestral, reconozca la distribución Normal y el nivel de significación. De la identificación de datos se toman los valores para calcular el estadístico de prueba, es decir: la media poblacional, $\mu_0 = 40$; la media muestral, $\bar{x} = 43$; la desviación estándar, $\sigma = 4$ y el tamaño muestral, $n = 25$.

Se clasificaron en cada apartado las respuestas como correctas (C), parcialmente correctas (PC) e incorrectas (I); se encontró un solo tipo de respuesta correcta en cada apartado; las categorías encontradas para las parcialmente correctas han sido tres y cuatro respectivamente, donde en general los errores consisten en usar la varianza en lugar de la desviación estándar a la hora de tipificar, incorrecta lectura de la tabla para obtener el percentil o en el cálculo de probabilidades para un intervalo. Se encontraron solo dos categorías para las incorrectas en ambos casos, en algunas se comete error en el cálculo del percentil y estandarización y en otras en el uso de la fórmula del estadístico de prueba y del intervalo para la probabilidad de error tipo II, sin llegar a algún resultado concreto. En la Tabla 2, se muestran producciones de estudiantes a modo de ejemplo. A continuación, se analizan los resultados.

5. RESULTADOS

En el problema se evaluó la lectura de tablas de distribución (no se utilizó software ni tecnología en ese momento) y cálculo de probabilidades (se hicieron usando tablas de distribución), el papel que juega el valor p en la toma de decisión, su relación con el nivel de significación y la probabilidad de error tipo I, la determinación de la región crítica y de aceptación, y el cálculo de la potencia del contraste con su relación con la probabilidad de error tipo II. En la Tabla 1, se muestran los porcentajes para cada tipo de respuesta en los apartados.

Tabla 1

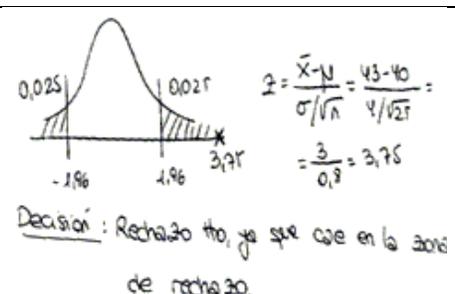
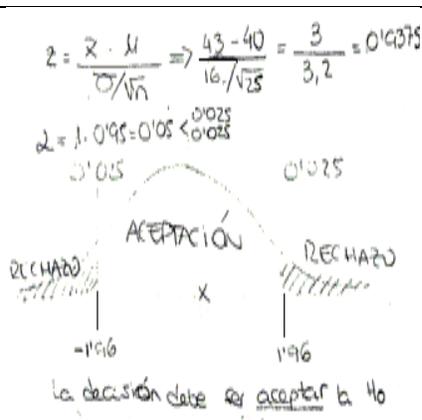
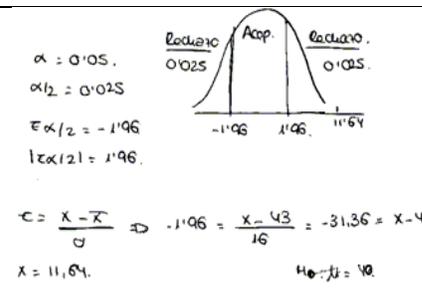
Resultados en (%) de clasificación de respuestas en cada apartado

Apartado	Correctas	Parcialmente correctas	Incorrectas	No responde
1. Cálculo de regiones y decisión sobre las hipótesis	20,5	35,3	21,4	22,8
2. Cálculo de la potencia del contraste	14,3	25,5	19,6	40,6

En el apartado 1, el estudiante he de calcular las regiones críticas y de aceptación y tomar una decisión acerca de, rechazar ó no la hipótesis nula, de acuerdo con un nivel de confianza también establecido en el enunciado. El porcentaje de respuestas correctas es bastante bajo (20,5%), y el de parcialmente

correctas casi lo duplica (35,3%) lo que indica la complejidad de la tarea. Los errores encontrados para esta clasificación están relacionados con el cálculo del estadístico (ya sea por confundir varianza con desviación estándar o intercambiar media poblacional con muestral, cometen error en el cálculo del percentil y confusión en la distribución utilizada (usan la t, en vez de la normal). También el porcentaje de respuestas incorrectas es alto (21,4%), en estas respuestas además de comentar errores entre los ya mencionados, no toman una decisión de acuerdo con sus cálculos.

Tabla 2
Ejemplos de respuestas producidas por estudiantes en apartado 1

Correcta	Parcialmente correcta	Incorrecta
 <p>Decision: Rechazo H_0, ya que cae en la zona de rechazo.</p>	 <p>La decisión debe ser aceptar la H_0</p>	 <p>$H_0: \mu = 40$</p>

En el apartado 2, el estudiante debe determinar la potencia del contraste, dado un valor de la media poblacional en la hipótesis alternativa y un nivel de significación para el contraste. En particular debe establecer la relación entre la probabilidad de error tipo II y la potencia de un contraste de hipótesis, y reconocer que ésta también es variable. El alumno debe comprender que la potencia del contraste es una función cuyos valores cambian a medida que lo hace el valor de la media poblacional bajo la hipótesis alternativa. Observamos, que el estudiante debe poner en relación gran variedad de conceptos diferentes, propiedades y procedimientos con su argumentación, y aplicarlos, mediante un proceso de particularización al contexto del problema. Por ello no es posible controlar los dos errores a la vez; estos errores, junto con la potencia del contraste tienen una naturaleza condicional. En la interpretación de esa probabilidad condicional es donde encontramos más errores y concepciones erróneas respecto al contraste de hipótesis (Batanero, 2000). Todo eso genera un bajísimo porcentaje de respuestas correctas (14,3%), y más bajo porcentaje aun de respuestas parcialmente correctas que el apartado 1 (25,5%). Las respuestas parcialmente correctas, en general consisten en usar la varianza en lugar de la desviación estándar a la hora de tipificar, incorrecta lectura de la tabla para obtener el percentil ó en el cálculo de

probabilidades para un intervalo. La complejidad de la tarea da lugar a observar varias categorías de respuestas parcialmente correctas (se muestra un ejemplo para cada categoría en Tabla 3). La complejidad semiótica de esta tarea para cuya solución entran en juego una gran cantidad de conceptos, procedimientos, argumentos; y que además debe utilizarse un lenguaje muy preciso para arribar a una respuesta correcta en su totalidad trae como consecuencia una gran cantidad de fallos.

Tabla 3

Ejemplos de respuestas producidas por estudiantes en apartado 2

Correcta	Parcialmente correcta	Incorrecta

Un alto porcentaje (casi 40%, al contabilizar el porcentaje de correctas y parcialmente correctas) conoce el procedimiento para la determinación de la potencia de un contraste, logran una respuesta posible luego de seguir una serie de pasos coherentes. Es menor el porcentaje (19,6%) que llegan a una respuesta incorrecta que en el apartado 1. Entre otros los errores encontrados están en relación con exhibir como resultado probabilidades cuyo valor sea mayor que la unidad o negativa, error señalado también en Contreras (2011).

En cuanto a los conflictos semióticos encontrado en la tarea para cada apartado podemos destacar:

Apartado 1: Confusión en el cálculo de los percentiles para determinar la región de aceptación y rechazo, en total 13,4% de estudiantes. Puede ser debida a dificultad de lectura de la tabla de la distribución normal y también aparece en la investigación de Olivo (2008).

Apartado 2: Confusión en el cálculo de probabilidades, en total 34,8% de los estudiantes. Lleva a probabilidades incorrectas, a veces mayores que la unidad, al igual que en Contreras (2011).

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

Confusión para el cálculo de percentiles en total un 14,7% de estudiantes. No hemos encontrado descrito este conflicto en investigaciones anteriores.

6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Se muestra en los resultados el alto porcentaje de fallos que emergen en las tareas de los estudiantes de la muestra en ambos apartados. Una gran mayoría de ellos estuvieron en relación con el cálculo de probabilidades y en la determinación de percentiles, coincidiendo con el tipo de conflictos de la investigación previa analizada (Vallecillos 1994; Contreras, 2011; Cañadas, 2012). De los resultados hemos podido comprender al menos una parte de los procesos de enseñanza-aprendizaje de este objeto estadístico (didáctica descriptiva y exploratoria). Se busca en este trabajo, tal como lo dijimos anteriormente, aportar elementos que sirvan para valorar los procesos y alcanzar una mejora (didáctica valorativa). Con el ánimo de responder a esa demanda de la Didáctica de las Matemáticas, y valorando que muchos fallos en esta tarea y en la investigación previa, en torno a este objeto estadístico están en relación con el cálculo de probabilidades y de percentiles deseamos aportar una posible mejora para estos procedimientos (necesarios para resolver ambos apartados del problema). La idea es colaborar mostrando el funcionamiento de la aplicación que es de uso libre que se ha mencionado, a saber: *Probability Distribution* (Bognar, 2017) para el cálculo de probabilidades, y reforzar de este modo la faceta idoneidad mediacional (uso de recursos tecnológicos) que no se había usado antes al enseñar esta tarea. En la página web de la aplicación mencionada es posible leer la siguiente frase:

Some knowledge of probability distributions is required! If you don't know what a "binomial" distribution is, for example, this application will not be useful to you.

Se la interpreta a modo de advertencia, es decir, si el estudiante, por ejemplo, no tiene conocimientos de la distribución binomial, esa aplicación no será seguramente bien usada. Hay muchas opiniones favorables en la página web que lo puntúan en una media muy cercana a 5 (máximo total).

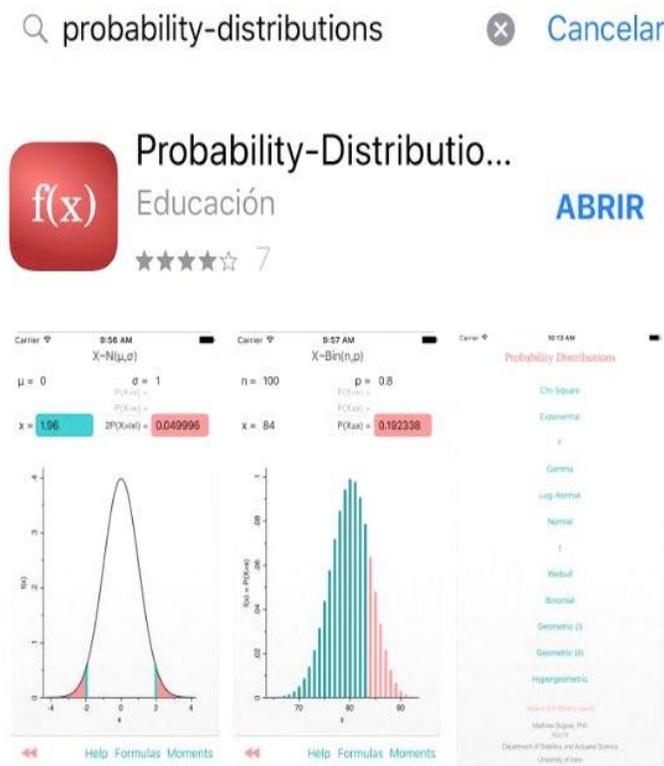
Esta aplicación, *Probability Distributions* (Figura 2), calcula probabilidades, percentiles y dibuja funciones de masa de probabilidad y funciones de densidad, según corresponda para las distribuciones: *beta*, *chi-cuadrado*, *exponencial*, *F*, *gamma*, *Log-Normal*, *Normal*, *Pareto*, *t*, *Weibull*, *binomial*, *geométrica (I y II)*, *Poisson*, *hipergeometrica*, *binomial negativa (I y II)*. Al abrir la aplicación instalada en el teléfono móvil (sin necesidad de conexión a internet) aparece la siguiente página (Figura 3) que nos invitara a elegir alguna distribución de las disponibles mencionadas para la que se podrán realizar

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

cálculos y dibujos. Se elige la distribución deseada para trabajar, por ejemplo si eligiésemos la distribución *Normal*, abre una ventana (Figura 4) dando la posibilidad de ingresar el valor de los parámetros (μ y σ , aunque por defecto están ingresados el 0 y el 1 respectivamente), un valor sobre el eje de abscisas bajo el nombre x (será un percentil) y con ello la posibilidad de calcular : $P(X < x)$, $P(X > x)$ o $2 \cdot P(X < |x|)$ (nos da las áreas de la ó las colas de la distribución sin importar el signo de x) según la necesidad. Al mismo tiempo que determina la probabilidad buscada o el percentil brinda un gráfico en la misma pantalla que muestra el área que se calcula cada vez que le solicito alguna de las probabilidades señaladas. Finalmente abajo en esa misma pantalla (Figura 4) existe una pestaña para ayuda (*Help*), (Fórmulas) relacionadas con esta distribución y Momentos (*Moments*), desplegando en este último caso el valor de: $E(X)$, $Var(X)$, $SD(X)$ (desvío estándar). Supongamos se debe resolver el apartado 1 del problema. Para una nivel de confianza del 95%, implica una significación del 5% ($\alpha = 0.05$) debemos obtener la región de rechazo y aceptación (se trata de una prueba bilateral).

Figura 2

Imagen de la aplicación



Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

Figura 3

Distribuciones



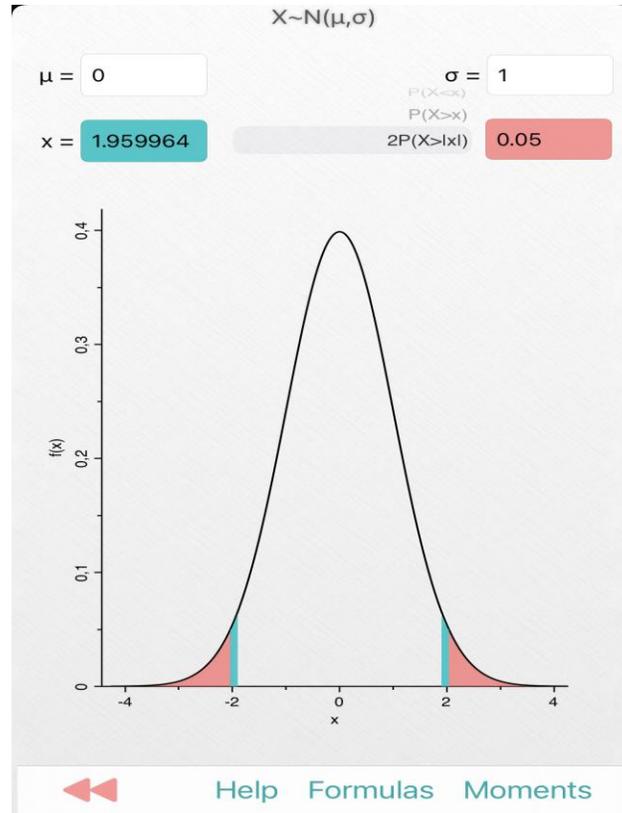
Usando esta herramienta, elegida ya la distribución Normal, (Figura 4) para el cálculo del percentil debemos ingresar en el casillero correspondiente a $2 \cdot P(X < |x|)$ el valor de α , devolviendo en el casillero para x el valor :1.959964 (ver Figura 4). Además del percentil nos muestra en pantalla usando colores el área bajo la curva igual a 0.05 y el verde para los límites que usaremos en la determinación de las regiones de toma de decisión. Región de rechazo $(-\infty, -1.96) \cup (1.96, +\infty)$, mientras que la de aceptación (necesaria para la determinación del apartado 2) es $(-1.96, 1.96)$.

En la Figura 4, se observa mediante este ejemplo, que todos los resultados siempre nos lo muestran en dos registros de representación (Duval, 1996).

En la página web de Matthew Bognar (<https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/>), correspondiente a la herramienta de la que se precisa su uso también brinda la posibilidad de análisis de estadística inferencial, procedimientos paramétricos y no paramétricos, además de otros extras que se pueden examinar entrando al link que se facilita. Es una sugerencia posible para que los estudiantes desde esa aplicación (*Probability Distributions*) puedan chequear sus resultados a los procedimientos inferenciales que muestren en la resolución de los problemas.

Figura 3

Resultados



El procedimiento, junto con las argumentaciones no debe faltar para visualizar las funciones semióticas que el estudiante emplea, de ese modo a posteriori podremos hacer el análisis para descubrir posibles conflictos (Godino et al., 2007).

En síntesis y a modo de conclusión se destaca el alto porcentaje de fallos relacionado con el cálculo de probabilidades en la tarea, lo que redundará en no llegar con éxito en la solución de ninguno de los apartados, coincidiendo también con los antecedentes examinados para el trabajo. Siendo que no se había usado tecnología (faceta mediacional) en la enseñanza proponemos una mejora utilizándola, resaltando que todas las facetas del constructo idoneidad didáctica forman parte del conocimiento especializado del profesor y se relacionan entre sí, es decir al dar intervención a la tecnología movilizamos diversidad de significados (faceta epistémica) eso implica resolver la tarea con distintos procedimientos (usar tablas de distribuciones y la herramienta) mostrar diversidad de justificación con otros argumentos (faceta instruccional y cognitiva). En cuanto a la faceta ecológica, es posible usando la herramienta ahorrar

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

tiempo en el uso de tablas y en la confección de gráficos conectando con otros contenidos del currículo y poder avanzar en la interpretación de las probabilidades (faceta cognitiva), y que los estudiantes comprendan y sean capaces de relacionar la diversidad de conceptos (faceta epistémica) que los lleva a tomar una decisión correcta en una prueba de hipótesis (Batanero, 2000). También el uso de esta herramienta que es de uso libre (*Probability Distributions* (Bognar, 2017)) permitiría avanzar sobre la incorrecta comprensión de la lógica que subyace a las pruebas de hipótesis que señalan Harradine et al. (2011), ya que se ahorra tiempo en gráficos y cálculo que se invertirían en la comprensión de este significado. Finalmente se puede afirmar que los aspectos emocionales de los estudiantes y las creencias sobre los objetos que manipula (faceta afectiva) tiene un claro cambio positivo, desde comentarios que se escuchan desde el alumnado tales como: "...ahora si entiendo que es y la información que me brinda una probabilidad...".

Esta idea abriría una línea investigativa, por ejemplo, comparando estos resultados con los que se obtendrían resolviendo la misma tarea, pero usando la herramienta propuesta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero, C. (2000). Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.
- Batanero, C., Gea, M.M. y Begué, N. (2019). El sentido del muestreo. *Números*, 100, 121-124.
- Begué, N., Batanero, C., Ruiz, K. y Gea, M.M. (2019). Understanding sampling: a summary of the research. *BEIO*, 35(1), 49-78.
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 255-278.
- Bognar, M. (2017). *Probability Distributions* ©. Aplicación para celular. Recuperado de <https://play.google.com/store/apps/developer?id=Matthew+Bognar&hl>.
- Calandra, M. V., Di Paolantonio, A. y De Cortázar, C. (2022). *Recursos que pueden convivir en la clase presencial de probabilidades y estadística*. Trabajo presentado en el Encuentro de Docentes de Ciencias Básicas (EDO CB2021) (noviembre 2021, modalidad virtual).
- Cañadas, G. (2012). *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- Castro Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Nororgate, W. y Onghena, P. (2007). Student's misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistical education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113.
- Contreras, J. (2011). *Elaboración de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- Díaz-Batanero, C. (2018). *La lógica del contraste de hipótesis. Material para el concurso a profesor titular de Universidad*. Huelva: La autora.

- Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>
- Díaz, C., Batanero, C. y Wilhelmi, M. R. (2008). Errores frecuentes en el análisis de datos en educación y Psicología. *Publicaciones*, 35, 109-133.
- Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 16(3), 349-382.
- Gea, M. M. (2014). *La correlación y regresión en Bachillerato: análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Conferencia presentada en el XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y De Castro Hernández, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113.
- Haller, H. y Krauss, S. (2002). Misinterpretations of significance: A problem students share with their teachers? *Methods of Psychological Research*, 7(1), 1-20.
- Harlow, L. L., Mulaik, S. A. y Steiger, J. H. (1997). *What if there were no significance tests?* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (pp. 235-246). Springer.
- Krauss, S. y Wassner, K. (2002). How significance tests should be presented to avoid the typical misinterpretations. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. IASE.
- Ruiz Ledesma, E. F. (2018). Empleo de aplicaciones tecnológicas en el tratamiento de temas de Probabilidad y Estadística. Dificultades presentadas por los estudiantes en la formulación de planteamientos correctos. *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(16), 216-245.
- Lecoutre, B., Lecoutre M. P. y Poitevineau J. (2001). Uses, abuses and misuses of significance tests in the scientific community: Won't the Bayesian choice be unavoidable? *International Statistical Review*, 69, 399-418.
- Olivo, E. (2008). *Significados del intervalo de confianza en la enseñanza de la ingeniería en México* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- Trigueros, M. y Sánchez-Matamoros, G. (2022). El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en la Universidad. *AIEM - Avances de investigación en educación matemática*, 21, 1-5.
- Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico experimental de errores y concepciones sobre el contraste de hipótesis en estudiantes universitarios* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- Vera, O. (2015). *Comprensión de conceptos elementales del análisis de la varianza por estudiantes universitarios* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>

Vera, O. (2019). La interpretación de los resultados: un elemento de significado para la inferencia estadística. *Educar em Revista*, 35(78), 131-152.

Como citar:

Vera, O.D. (2022). Una herramienta tecnológica para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las pruebas de hipótesis desde la mirada de los criterios de idoneidad didáctica. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-18. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.6>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.