



PRESENCIA DE ERRORES EN LA CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS POR ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Presença de erros na construção de gráficos estatísticos por alunos do Ensino Médio

Presence of errors in the construction of statistical graphics by high school students

Silvia Mayén Galicia ¹

Instituto Politécnico Nacional (CDMX, México)

Mario Mayorga Vera ²

Instituto Politécnico Nacional (CDMX, México)

Resumen

Presentamos en este trabajo un análisis cualitativo de las respuestas de 122 estudiantes mexicanos de bachillerato, en la construcción de gráficos estadísticos elementales. Con este análisis pretendemos identificar los errores en términos de conflictos semióticos, que clasificamos en categorías como correctos o incorrectos. Confirmamos algunos errores ya señalados por otros autores y también contribuimos a la investigación mostrando otros errores que no han sido reportados previamente.

Palabras clave: Gráficos estadísticos elementales, Errores, Estudiantes de bachillerato

Resumo

Apresentamos neste trabalho uma análise qualitativa das respostas de 122 estudantes mexicanos de Ensino Médio, na construção de gráficos estatísticos elementares. Com esta análise pretendemos identificar os erros em termos de conflitos semióticos, que classificamos em categorias como corretos ou incorretos. Confirmamos alguns erros já assinalados por outros autores e também contribuimos para a pesquisa mostrando outros erros que não foram obtidos anteriormente.

Palavras-chave: Gráficos estatísticos elementares, Erros, Estudantes do ensino médio

Abstract

We present in this paper a qualitative analysis of the responses of 122 Mexican high school students, in the construction of elementary statistical graphs. With this analysis we intend to identify errors in terms of semiotic conflicts, which we classify into categories as correct or incorrect. We confirm some errors already pointed out by other authors and we also contribute to the investigation by showing other errors that have not been previously reported.

Keywords: Elementary statistical graphs, Errors, High school students

Recibido: 17/05/2022 - *Aceptado:* 09/09/2022

*Autor de correspondencia: samayen@ipn.mx (S. Mayén)

¹ <https://orcid.org/0000-0002-6611-3716> (samayen@ipn.mx)

² <https://orcid.org/0000-0001-6355-5693> (lmayorga@ipn.mx)

1. INTRODUCCIÓN

Presentamos en este trabajo el análisis cualitativo a una tarea de estadística propuesta a estudiantes mexicanos de bachillerato, con la intención de valorar su conocimiento en la construcción de gráficos estadísticos elementales, específicamente, gráfico de barras verticales. Dicha actividad la realizaron como parte del curso de Técnicas de Investigación de Campo, después de una breve instrucción virtual derivada del contexto coyuntural pandémico por el que atravesamos.

La tarea consiste en distribuir datos agrupados en intervalos y, a partir de allí, construir el gráfico correspondiente. Si bien, la didáctica de la matemática y, en concreto, de la estadística, se han ocupado por proponer métodos que incluyen el uso de la tecnología, en que los estudiantes de distintos niveles escolares puedan propiciar de manera autónoma su enseñanza y aprendizaje (Batanero y Díaz, 2011; Ben-Zvi, 2002; Ben-Zvi y Friedlander, 1997), nosotros hemos puesto especial interés en observar la habilidad y pensamiento estadístico de nuestros alumnos para describir, representar, analizar e interpretar tablas de datos y gráficas, que involucra la comprensión de conceptos básicos de estadística, aritmética y geometría, todo esto, asumiendo las directrices curriculares del bachillerato.

Tradicionalmente, el Sistema Educativo Mexicano insiste en perseguir que los alumnos *aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados, y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos, y entre las garantías que la escuela debe dar para lograr estos objetivos, los estudiantes deben: Resolver problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes* (SEP, 2006). Sin embargo, y aunado a lo anterior, pensamos que un recurso inmejorable de aprendizaje para el profesorado es detectar los *errores* que, como un acto natural, los estudiantes cometen a la hora de resolver un problema. Identificar errores puede potenciar la propuesta de nuevos caminos que propicien la mejora en la práctica de la enseñanza y en el uso de métodos y herramientas con que los estudiantes acostumbran a utilizar, más aún, en estos tiempos donde se enfatiza la transición de una enseñanza tradicional a una virtual o autónoma.

Como nuestro trabajo consiste en *identificar errores*, consideramos pertinente abordar la definición de este constructo, y en un sentido estricto, *error*, etimológicamente significa *concepto equivocado o juicio falso, acción desacertada o equivocada* (Larousse, 2001). Hay múltiples definiciones derivadas de las experiencias de los profesores e investigadores de la educación matemática, de acuerdo a sus propias posturas o a la naturaleza, origen o causas de los errores. Según el criterio de López et al. (2018), algunas

características de los errores son que estos se producen porque se transfieren de un conocimiento precedente a uno nuevo y que tienen un carácter intra e interdisciplinario, pues un mismo error puede manifestarse en diferentes áreas de una disciplina y en disciplinas afines. También señalan que cometer errores no es casual, muchos de ellos se producen a partir de aplicar conocimientos y experiencias precedentes, otros están asociados a dificultades didácticas, epistemológicas, cognitivas, y otros más se deben a la actitud del estudiante hacia la materia de enseñanza o al desempeño del docente.

El *error*, como señala Nava (2007), *es una discrepancia con la realidad, una falsa concepción (...)*, y los errores en la estadística son muy “frecuentes”, por ejemplo, cuando se oculta información, se dan datos parciales o se ofrecen interpretaciones sesgadas. Por ello, el conocimiento estadístico debe formar parte de la educación básica de toda persona, pues la estadística puede utilizarse para analizar la realidad, para explicar y comunicar mejor datos complejos, pero también puede emplearse para deformar los hechos, manipular o engañar (Herrera, 2018).

La inquietud por realizar este trabajo, deriva de la utilidad que para los alumnos de este grado escolar representa el aprendizaje de contenidos estadísticos, que serán fundamentales para la elaboración de sus proyectos de investigación experimental, y que como requisito deben presentar para obtener su titulación de *bachiller bivalente* y que más adelante seguirá siendo de gran apoyo en su formación estudiantil en este nivel y durante su preparación profesional. Tener conocimientos de estadística se traduce en contar con un sistema de análisis que permite tomar mejores decisiones, es la manera de mejorar la competitividad de los negocios, de entender mejor la realidad y de interpretar los acontecimientos cotidianos en una sociedad compleja.

2. MARCO TEÓRICO E INVESTIGACIONES PREVIAS

Para fundamentar el desarrollo de nuestro análisis, consideramos primero, partir de las definiciones de *error* y *dificultad* de Godino et al. (2003), quienes señalan que *error* es cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar. En cuanto a *dificultad*, *esta* indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio. Si el porcentaje de respuestas incorrectas (índice de dificultad) es elevado se dice que la dificultad es alta, mientras que si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja. Algunas causas de errores y dificultades son: 1) dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos; 2) dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas; 3) dificultades que se

originan en la organización del centro; 4) dificultades relacionadas con la motivación del alumnado; 5) dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos; 6) dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores.

Hacemos énfasis en los puntos 3 y 4, pues refieren que en ocasiones el horario del curso es inapropiado, el número de alumnos es demasiado grande o no se dispone de materiales o recursos didácticos, etc. Así también, que puede ocurrir que aunque las actividades propuestas por el profesor a los alumnos sean potencialmente significativas y que la metodología sea la adecuada, el alumnado no esté en condiciones de hacerlas suyas porque no está motivado. Este tipo de dificultades está relacionado con la autoestima y la historia escolar del alumno (Godino et al., 2003). En este sentido, algunas de estas situaciones se han reflejado en nuestros estudiantes a consecuencia de múltiples factores provocados por el contexto pandémico y así también, directamente ha afectado el esquema de enseñanza aprendizaje convencional. Por otra parte, también tomamos en cuenta las nociones de *función semiótica* y *conflicto semiótico* (Godino, 2002), del Enfoque Ontosemiótico (EOS), que propone tres dimensiones en el análisis de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: epistemológica, cognitiva e instruccional. Como es nuestro interés analizar la comprensión y dificultades que muestran los estudiantes en la construcción de un gráfico estadístico, y a partir de allí, extraer sus errores, para este trabajo, haremos uso únicamente de las herramientas que proporcionan las *dimensiones epistemológica y cognitiva* del EOS, y con la ayuda de estas nociones semióticas, podremos analizar los elementos de significado y contenido del problema propuesto (dimensión epistémica), así como los elementos que el estudiante logra mostrar en el resultado de su trabajo (dimensión cognitiva).

Como hemos mencionado antes, en este escenario mundial pandémico, asumimos también la noción de *conflicto epistémico*, pues valoramos su utilidad en un contexto de “cambio improvisado” y en un proceso de instrucción matemática en que la enseñanza tradicional se ha visto afectada y requiere de propuestas de enseñanza emergentes. Como mencionan Godino et al. (2005), en muchas ocasiones, en un proceso de estudio matemático, es posible identificar algún desajuste fundamental entre los significados institucionales de referencia (libros de texto) y pretendido con el implementado (recursos mediacionales emergentes), que no han sido previstas a priori como constituyentes del proceso instruccional y que representan decisiones didácticas desafortunadas. Por lo tanto, los *conflictos epistémicos* representan todos estos desajustes, los cuales condicionan el proceso de estudio y los aprendizajes de los estudiantes. En este modelo teórico se asume que en las prácticas matemáticas intervienen objetos matemáticos que evocamos al hacer matemáticas y que son representadas en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual.

Godino et al. (2007), proponen los siguientes objetos matemáticos primarios, que denominan "elementos de significado" organizados en entidades más complejas como sistemas conceptuales y teorías: *situaciones problema* (aplicaciones extra matemáticas, ejercicios); *lenguajes* (términos, expresiones, notaciones, gráficos); *conceptos-definición* (definiciones o descripciones), *proposiciones* (enunciados sobre conceptos...); *procedimientos* (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo), y *argumentos* (enunciados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos).

La *función semiótica*, es la correspondencia que pone en juego tres componentes: *un plano de expresión* (objeto inicial o signo); *un plano de contenido* (objeto final o significado del signo, esto es, lo representado); *un criterio o regla de correspondencia* (código interpretativo que relaciona los planos de expresión y contenido). Cualquier posible objeto matemático puede jugar el papel tanto de expresión como de contenido en una función semiótica, y esta complejidad puede explicar algunas dificultades y errores de los estudiantes (Godino et al., 2007).

Los *conflictos semióticos*, son las interpretaciones de expresiones matemáticas por parte de los estudiantes que no concuerdan con las pretendidas por el profesor. Estos conflictos no son debido a falta de conocimiento, sino a no haber relacionado adecuadamente los dos términos de una función semiótica. Por tanto, identificar los conflictos semióticos nos permitirá explicar algunos errores de los estudiantes. Como vemos, se asume que cualquier tipo de objeto matemático puede ser expresión o contenido de las funciones semióticas. Por ejemplo, el enunciado verbal de un problema representa una situación de la vida real; un gráfico representa una distribución de datos, etc.

2.1. Los gráficos estadísticos

Un gráfico es una representación visual de datos estadísticos, en el que los datos están representados por símbolos como barras o líneas. Las estadísticas a menudo pueden entenderse mejor si se presentan en un gráfico que en una tabla de datos. Es una herramienta visual, ya que por su eficacia muestra datos de manera rápida y sencilla, también facilita la comparación de datos o grupos de datos; puede revelar las tendencias y las relaciones entre los datos. En general, un gráfico adopta la forma de una figura de una o dos dimensiones, como un gráfico de barras o un gráfico de líneas (ONU, 2009).

Los gráficos se pueden utilizar para ilustrar patrones de pequeñas o grandes cantidades de datos o para comunicar un hallazgo clave o un mensaje. Se debe considerar el uso de gráficos si se desea mostrar: *a) Comparación*: ¿Cuánto? ¿Qué elemento es más grande o más pequeño?; *b) Cambios a lo largo del tiempo*: ¿Cómo evoluciona una variable?; *c) Distribución de frecuencia*: ¿Cómo se distribuyen los

elementos?, ¿Cuáles son las diferencias?; d) *Correlación*: ¿Están vinculadas dos variables?; e) *Parte relativa de un todo*: ¿Cómo se encuentra un elemento en comparación con el total?

Para elaborar un gráfico, también es necesario tener en cuenta los elementos estructurales que lo componen: a) *el título y las etiquetas*, que aportan información sobre el contenido contextual del gráfico y las variables representadas; b) *el marco del gráfico*, que incluye los ejes, las escalas y las marcas de referencia en cada eje, y que proporciona información sobre las unidades de medida de las magnitudes representadas; c) *los especificadores o elementos usados para representar los datos*, por ejemplo, los rectángulos en los histogramas (Friel et al., 2001).

Dentro de los gráficos estadísticos elementales, las directrices curriculares del bachillerato mexicano (DEMS, 1997) incluyen las siguientes:

- a) *Gráficos para variables cualitativas (nominal y ordinal)*: gráfico de barras, diagrama de sectores, pictogramas.
- b) *Gráficos para variables cuantitativas*: gráfico de barras e histograma, diagrama de cajas y bigotes, diagrama de tallos y hojas.

Al respecto, conviene señalar que a menudo se confunde el uso de histograma con diagrama de barras. Entre algunas razones, Espinel (2007), señala las siguientes: el *diagrama de barras* es el más conocido por los alumnos, pues se aprende desde cursos primarios; el *histograma* se presenta con frecuencia como un caso particular de diagrama de barras o rectángulos; es un gráfico difícil porque oculta los datos y porque la forma de un histograma puede ser muy distinta para los mismos datos, por el hecho de variar el número de clases, por lo que la elección de clases debe hacerse con cuidado. Por otro lado, se requiere agrupar números y ordenar números decimales.

En cuanto a nuestro análisis, nos centraremos en la observación del uso del *gráfico de barras para variables continuas*, que representa datos agrupados en intervalos.

2.2. La investigación en la construcción de gráficos estadísticos

La investigación en la competencia de construcción, lectura e interpretación de gráficos se traduce en una necesidad clara de formar personas que adquieran conocimiento estadístico creciente, que debe formar parte desde la educación básica y hasta grados de estudios profesionales. Para contrarrestar esta condición, primero debemos asumir los errores que los estudiantes cometen al resolver tareas que involucran la descripción de conjuntos de datos en diversas situaciones. Para reconocerlos, buscamos

literatura disponible que nos acerque a esta problemática, sin embargo, son escasas las investigaciones que exploran las producciones de gráficos estadísticos que realizan estudiantes de bachillerato.

Algunos estudios que ilustran situaciones cercanas a nuestro propósito se refieren al análisis de construcción de gráficos en estudiantes en formación profesional, así como de profesores de educación primaria, que a continuación presentamos.

Entre los estudios más conocidos, citamos el de Li y Shen (1992), quienes para analizar las producciones de sus estudiantes propusieron elaborar proyectos de estadística. Como resultado, encontraron primeramente, errores en la elección del gráfico de acuerdo con la variable de análisis, por ejemplo, utilizar polígonos de frecuencias con variables cualitativas o diagramas de barras horizontales para representar datos que debieran representarse en diagramas de dispersión. También gráficos sin sentido, por ejemplo, representar variables no relacionadas entre sí en un mismo gráfico. Otros errores hallados son usar una escala inadecuada para el objetivo planteado; omitir las escalas en alguno de los ejes (horizontal o vertical) o en ambos; no especificar el origen de coordenadas; y no proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Por su parte, la investigación de Bruno y Espinel (2005), en que participaron 39 profesores de primaria en formación, se llevó a cabo en dos fases, pero por ser de nuestro interés sólo describiremos la segunda, En ésta, se pidió a los alumnos construir un histograma y un polígono de frecuencias a partir de una tabla de datos agrupados en intervalos. Sus resultados indican que sólo un alumno realizó ambos gráficos correctamente, y entre los errores, encontraron los siguientes: construir el histograma con barras separadas, etiquetar las barras y omitir el intervalo nulo, este mismo error se repitió en el polígono de frecuencias.

Más recientemente, Arteaga et al. (2016), presentan el análisis del trabajo realizado por 207 estudiantes también próximos a graduarse como profesores de educación primaria. Estos estudiantes debían construir gráficos para comparar tres pares de distribuciones con dos variables, para lo que debían obtener datos a partir de un experimento aleatorio. La finalidad era obtener información que les permitiese concluir sobre las intuiciones del conjunto de su grupo de clase. Sus resultados sugieren que aproximadamente la mitad de sus participantes realizaron gráficos correctos y algunos con errores menores como incluir líneas innecesarias que dificultan la lectura del gráfico. Entre otros, encontraron errores que ya antes han reportado Bruno y Espinel (2005), consistentes en representar intervalos de frecuencias en la recta real; intercambiar frecuencia por valor de la variable (Ruiz, 2006); errores en las escalas (Li y Shen, 1992) y errores debidos al uso acrítico del software (Ben-Zvi y Friedlander, 1997). También obtuvieron errores

en el uso de escalas inadecuadas, de rótulos y etiquetas; de representar variables en gráficos inadecuados y comparar variables no relacionadas en el mismo gráfico.

Por último, mencionamos el trabajo de Arteaga et al. (2008), en que hacen una revisión rigurosa de literatura existente que abarca investigaciones sobre comprensión, lectura y construcción de gráficos estadísticos en estudiantes de escuela primaria. En cuanto a las investigaciones sobre construcción de gráficos concluyen que los estudiantes de Educación Primaria presentan errores para elegir un gráfico adecuado a la variable; falta de proporcionalidad en sus elementos (barras con alturas no proporcionales y separación no uniforme de las mismas, iconos no proporcionales en los pictogramas, etc.); dificultad para identificar los ejes, ausencia de leyendas y rótulos.

3. METODOLOGÍA

3.1. Participantes

En nuestra actividad participaron 122 estudiantes mexicanos del segundo año del bachillerato bivalente, de entre 15 y 17 años de edad, todos ellos ubicados en la Ciudad de México. Esta modalidad de estudios es un programa de carreras a nivel técnico, en que el alumnado obtiene una certificación de “técnico-bachiller”, una vez concluido el programa de estudios correspondiente al bachillerato, a la par de haber concluido el programa de asignaturas propias de las áreas de su especialidad, concretamente, de ingeniería y físico matemáticas, ciencias sociales y administrativas, y médico-biológicas, previas a su formación profesional de tipo científico y tecnológico. Por lo tanto, en el plan curricular general, los alumnos cursan la asignatura de *Técnicas de Investigación de Campo*, que comprende el desarrollo de proyectos de investigación documental y experimental, por lo que tienen que describir el procesamiento de la información, análisis e interpretación de datos y así mismo, presentarlos mediante tablas y gráficas.

3.2. Método

La selección de alumnos fue planificada previamente por sus profesores, quienes, conviene señalar, son investigadores con formación del área físico-matemática y que imparten la asignatura ya mencionada. Para la instrucción del tema, los participantes asistieron a sesiones virtuales, por lo que sólo recibieron un par de lecciones del tema de análisis de datos, y posteriormente los alumnos avanzaron de manera autónoma, siguiendo los métodos propuestos por sus profesores.

Para obtener las respuestas, los alumnos realizaron la tarea simultáneamente durante una sesión virtual con la supervisión de sus profesores, y una vez terminada, cada uno escaneó su trabajo y lo envió mediante correo electrónico.

3.3. El problema

Tomado de Jácome (2011), dado un conjunto de variables numéricas, se pide a los estudiantes, representar los datos en una tabla y en una gráfica, de tal manera que puedan exhibir su conocimiento en cuanto al proceso estadístico de representación de datos. Se espera que los alumnos agrupen los datos en su respectivo intervalo y posteriormente, con la frecuencia de cada intervalo, construir la gráfica, que en este caso se pide un diagrama de barras que represente la información de la tabla.

Figura 1


Problema propuesto

Los datos de la siguiente lista corresponden a las calificaciones obtenidas en Matemáticas por un grupo de 25 estudiantes:

~~6.5~~ ~~6.4~~ ~~8.6~~ 10 7.1 8.2 9.4 9.6 7.2 10
 4.2 6.0 2.7 9.0 10 10 2.3 10 7.9 8.7
 10 4.2 2.6 7.6 10

Completa la tabla de frecuencia que se presenta a continuación y bosqueja un diagrama de barras con los datos obtenidos:

Intervalo	Frecuencias	Total
2 -3.9		
4 - 5.9		
6 -7.9	//	
8 -10	/	



Como comentamos ya, nuestro interés se centra en identificar y describir los errores de los estudiantes en la construcción de gráficos, por lo que para este análisis no tomaremos en cuenta la elaboración de la tabla de datos.

El análisis cualitativo se hizo con base en las Unidades de análisis de la Tabla 1, que describe los elementos de significado del problema propuesto.

Tabla 1

Elementos de significado de la solución correcta al problema

Elementos de significado	Contenido
Campo de problemas	Construcción de un gráfico de barras a partir de una distribución de datos agrupados.
Definiciones	Concepto de distribución de datos agrupados, Variables Representación cartesiana Números naturales y decimales, y orden Escala Correspondencia entre cada valor de la variable y un rectángulo o barra, y entre la altura de cada una de las barras y la frecuencia del valor al que representa la barra Tabla de frecuencias, Diagrama de barras / histograma
Procedimientos	Reconocer la variable que se presenta en el problema Ordenar los datos; para cada intervalo; obtener frecuencias para cada intervalo Construcción de un gráfico
Lenguaje	Verbal; numérico; tablas, gráfico

4. MÉTODO DE ANÁLISIS Y RESULTADOS

Aunque en el problema también se pide la elaboración de la tabla de datos, nuestro trabajo está centrado únicamente en el análisis de la producción de los gráficos que los estudiantes realizaron. Para identificar los conflictos semióticos, utilizamos el método seguido por Mayén et al. (2009), que consiste en un proceso de análisis de datos inductivo y cíclico en que extraemos el contenido de las respuestas de los estudiantes, las cuales se ha comparado entre sí hasta llegar a formar un sistema de categorías. Por otro lado, para determinar la presencia de errores y el tipo de error en la en la construcción de gráficos hemos retomado el marco categórico de Arteaga et al. (2016), y los hemos clasificado también en tres categorías con sus respectivas subcategorías: correctos, parcialmente correctos e incorrectos, observando con detalle la actividad matemática realizada.

Así también, para cada una de las categorías obtenidas, seleccionamos una respuesta que represente con claridad el procedimiento aplicado por los alumnos, lo que permite mostrar los objetos matemáticos a los que va haciendo referencia el estudiante en su respuesta escrita y así, analizamos su naturaleza: definición, lenguaje, procedimientos, (...).

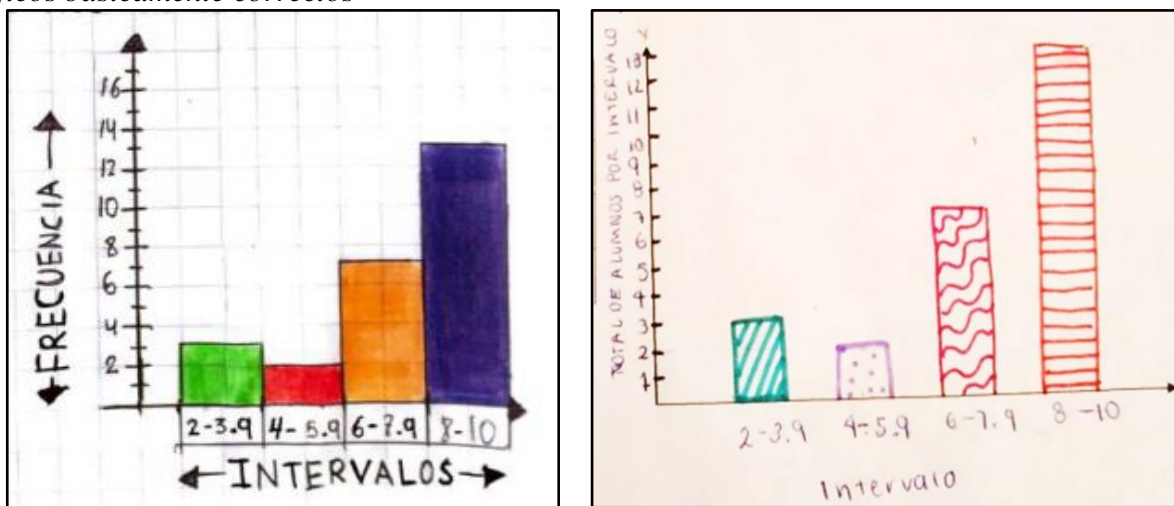
A continuación, describimos las producciones de los estudiantes recogidas en las siguientes categorías.

4.1. Categorías de respuestas

C1. Gráficos básicamente correctos. Esta categoría representa aquellas respuestas de los alumnos que muestran conocimientos claros para elaborar un gráfico de acuerdo al campo de problema establecido y a la o las variables que se deben representar, lo que implica claridad conceptual de *distribución de datos agrupados* y sus cálculos necesarios, además de los elementos estructurales del gráfico, que incluyen las escalas, rótulos y etiquetas que representen los datos correctamente. En esta categoría decidimos incluir dos tipos de respuestas que consideramos correctas, debido a que, aunque el problema indica elaborar un gráfico de barras, implícitamente se debe elaborar un histograma, ambos incluyen el conjunto de objetos matemáticos pedidos. En los ejemplos, los alumnos han identificado el problema, la variable, la escala, los rótulos y los valores de la recta real (Tabla 1). En esta categoría, obtuvimos 5 respuestas, que clasificamos como el ejemplo *C1a*, donde el alumno elabora un histograma, que es el gráfico más adecuado para variables continuas, por el otro lado, el ejemplo *C1b*, del que también 5 alumnos, elaboran un diagrama de barras.

Figura 2

Gráficos básicamente correctos



C1a. Histograma

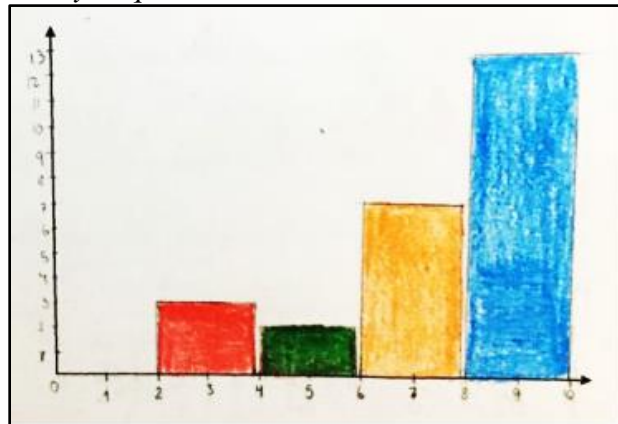
C1b. Gráfico de barras

C2. Gráficas parcialmente correctas. Incluimos en esta categoría aquellas respuestas que, si bien, la representación gráfica es correcta, presentan inconsistencias en algún elemento de significado. En el siguiente ejemplo, el alumno construye un gráfico acomodando los datos de manera adecuada en los ejes cartesianos asumiendo los valores en la recta, reconociendo la escala de los intervalos y las alturas de las

frecuencias, sin embargo, resaltan la ausencia de los rótulos de los ejes y etiquetas de las escalas, pero valoramos el uso del histograma. Curcio (1987), señala que estos elementos son parte importante del gráfico, ya que proporcionan información contextual de las variables representadas y unidades de medida utilizadas. De esta categoría, encontramos 4 respuestas.

Figura 3

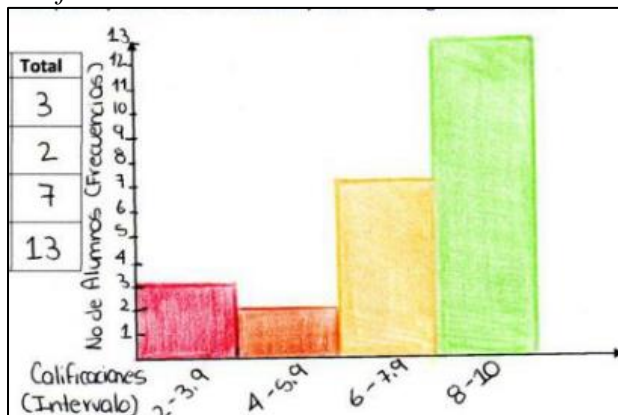
Gráfico con ausencia de rótulos y etiquetas



C2.1. *Valores numéricos faltantes en la recta real.* Bruno y Espinel (2005), ya han encontrado este error, en que los estudiantes omiten los valores de la recta, donde la variable tiene frecuencia nula. Se asume un fallo del sentido numérico de los estudiantes, pues la representación adecuada de números naturales en la recta real es un componente del mismo (Arteaga y cols., 2016). En este caso, los alumnos incluyen rótulos y etiquetas, de los que obtuvimos 24 respuestas.

Figura 4

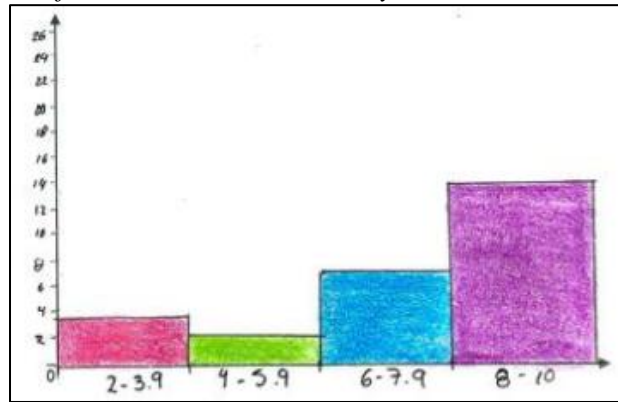
Gráfico con valores numéricos faltantes en la recta real



C2.2. *Valores numéricos faltantes en la recta real y ausencia de rótulos y etiquetas.* Una variante de la anterior la podemos observar en el siguiente ejemplo, donde los estudiantes, además de omitir valores de la recta real, también omiten los rótulos de los ejes y las etiquetas de las escalas. Resaltamos que aún con los errores señalados, estos alumnos elaboraron un gráfico con histograma y, por otro parte, que fue la respuesta de la que obtuvimos más casos con 54.

Figura 5

Gráfico con valores numéricos faltantes en la recta real y ausencia de rótulos y etiquetas

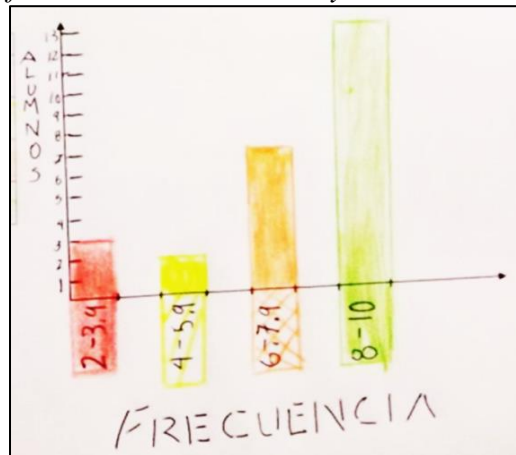


C3. *Gráfico incorrecto.* En esta categoría incluimos los gráficos que presentan discrepancias con los objetos matemáticos planteados en el problema. Encontramos los siguientes:

C3.1. *Valores numéricos faltantes en la recta real y error al representar cada valor de la variable junto con su frecuencia.* Estos casos ponen en evidencia conflictos semióticos en dos sentidos. El primero consiste en omitir valores nulos en la recta real. El segundo, se trata de un error en que los alumnos representan cada valor de la variable asociándolo con su frecuencia. Este es un conflicto que ya fue reportado por Arteaga y cols. (2016), pero en su trabajo, lo asignan a una mala elección de datos al elaborar gráficas utilizando software, a diferencia de nuestros alumnos que lo elaboraron manualmente. Pensamos pues, que es un error de tipo conceptual relacionado con la variable de estudio, ya que aunque en el gráfico hay una correspondencia correcta entre los valores de la variable y sus frecuencias, el alumno no identifica la situación – problema propuesta, son conflictos que juntos no hemos encontrado en la literatura. Obtuvimos 8 respuestas de esta categoría.

Figura 6

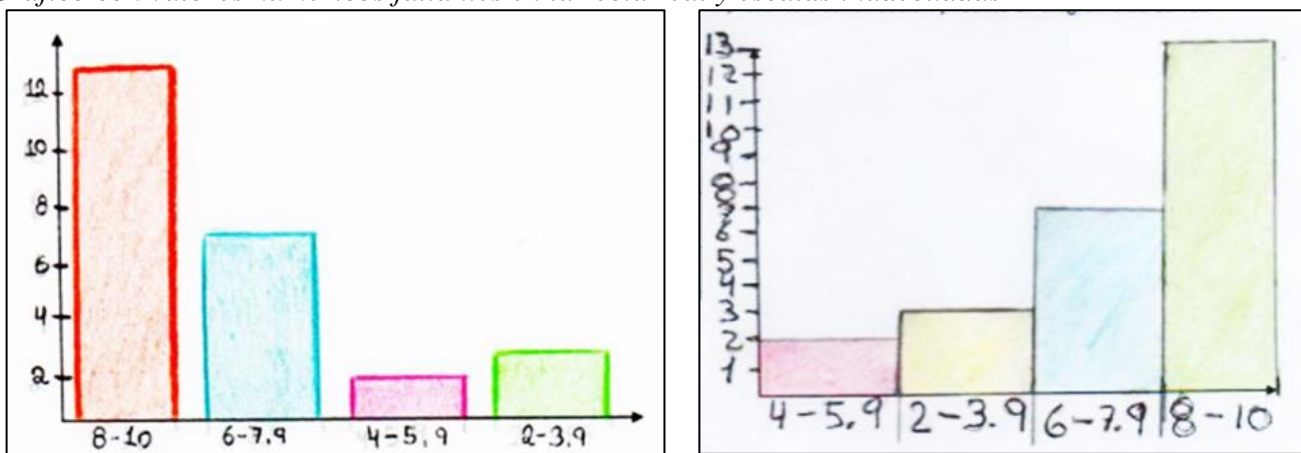
Gráfico con valores numéricos faltantes en la recta real y error en los rótulos de la escala



C3.2. *Valores numéricos faltantes en la recta real y escalas inadecuadas.* Como en los ejemplos anteriores, los alumnos omiten valores en la recta real, pero adicionalmente utilizan unas escalas inadecuadas, donde el orden de los valores es impropio de los ejes cartesianos y, por consiguiente, de la variable de estudio. Incluimos dos ejemplos, pues de esta categoría hay diversidad en las respuestas en cuanto a la organización de los valores de la escala. Adicionalmente, tampoco incluyen rótulos ni etiquetas. Estos alumnos, muestran incomprensión en los elementos de significado que definen la recta numérica, origen, orden, números naturales y decimales, y consecuentemente, la escala. Como señala Curcio (1987), un gráfico que presenta este conflicto, dificulta una lectura adecuada a los datos que representa. En nuestro estudio, encontramos 7 respuestas de esta categoría.

Figura 7

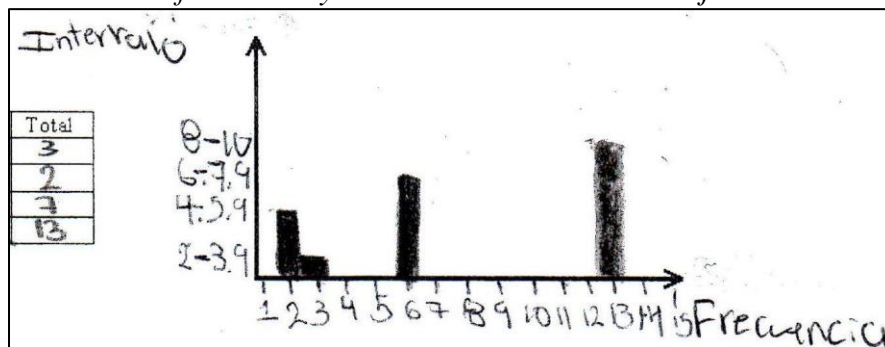
Gráfico con valores numéricos faltantes en la recta real y escalas inadecuadas



C3.3. *Intercambia frecuencia y valor de la variable en los ejes.* Aunque no es frecuente encontrar estas respuestas, es importante destacar aquellos fallos de los alumnos que presentan inconsistencias entre la asociación de conceptos, que en este caso se trata de ejes cartesianos, variables y frecuencias. Un primer paso para transferir los datos de una tabla a una representación gráfica es tener conocimiento pleno de los ejes cartesianos y lo que representa cada uno, luego se acomodan los valores, determinando las variables dependiente e independiente y obteniendo la distribución de los datos adecuada. Arteaga y cols. (2016) y Ruiz (2006), ya han encontrado este conflicto, en que los alumnos no reconocen estos elementos de significado, y sin embargo, intercambian los valores de las variables, dando como resultado un gráfico incongruente. Aunado a lo anterior, en el ejemplo, también hacen falta valores nulos de la variable, que ya hemos comentado anteriormente. Como este gráfico, sólo encontramos dos casos.

Figura 8

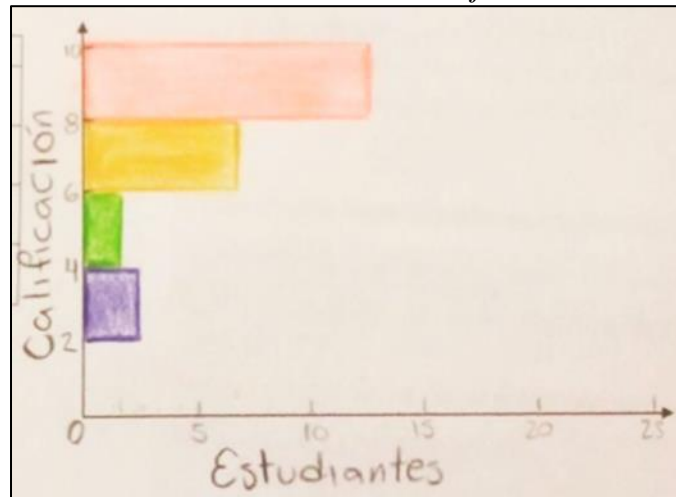
Gráfico donde se intercambia frecuencia y valor de la variable en los ejes



C3.4. *Invierte la distribución de los datos en los ejes para representar la variable.* Si bien, en la representación de datos en gráficos estadísticos se utilizan las barras horizontales, para el caso del problema planteado, este no es el correcto, ya que su estudio no se incluye aún en los programas de estadística para la enseñanza en el bachillerato mexicano. Obtuvimos 4 casos en que los alumnos transponen los datos de las variables en los ejes, en el ejemplo, el alumno incluye rótulos y etiquetas, pero en los otros tres, no. Esta resolución nos hace suponer una decisión intuitiva, resultado de los procesos de desarrollo del pensamiento matemático debido a su instrucción recibida anteriormente.

Figura 9

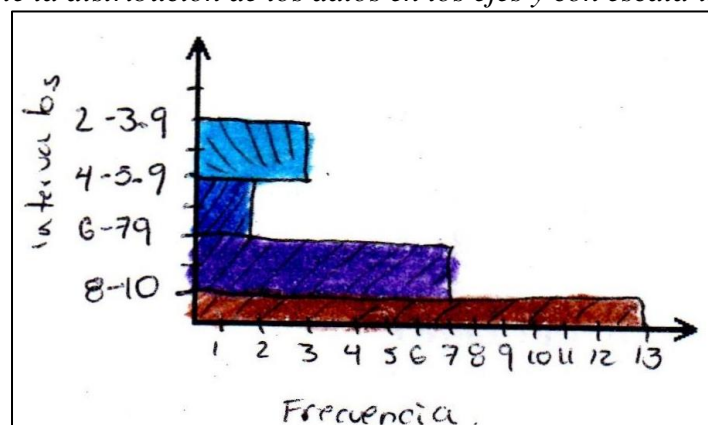
Gráfico donde se invierte la distribución de los datos en los ejes



C3.5. *Invierte la distribución de los datos en los ejes y con escala inadecuada.* Esta respuesta también es aislada, encontramos sólo un caso y podría ser una variante de la subcategoría anterior en el sentido de incluir barras horizontales. También es semejante a las categorías de respuestas donde los alumnos usan escalas inadecuadas, mostrando desconocimientos conceptuales en la relación de ejes cartesianos con el origen, los números naturales y decimales. No hemos localizado reportes de este conflicto en otros estudios.

Figura 10

Gráfico donde se invierte la distribución de los datos en los ejes y con escala inadecuada

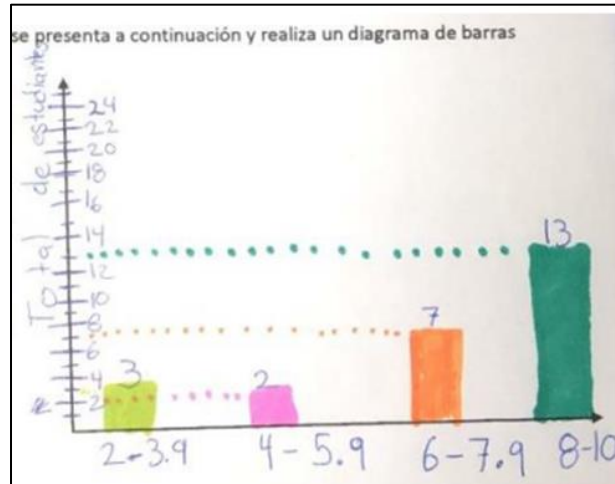


C3.6. *Proporcionalidad incorrecta en los valores de la recta real.* Este ejemplo deja ver segmentos amplios entre valores de números decimales asignados en la recta, así también, la ausencia de valores nulos a partir del origen, es decir, los alumnos tienen conflictos para colocar valores en el eje X de manera

adecuada, aún cuando agrupan los datos en intervalos (usan barras separadas). En el caso del *eje y*, no ocurre lo mismo, pues representa las frecuencias con valores de números enteros. Pensamos que es un fallo en el sentido numérico de los estudiantes. Confirmamos este error, encontrado por Bruno y Espinel (2007).

Figura 11

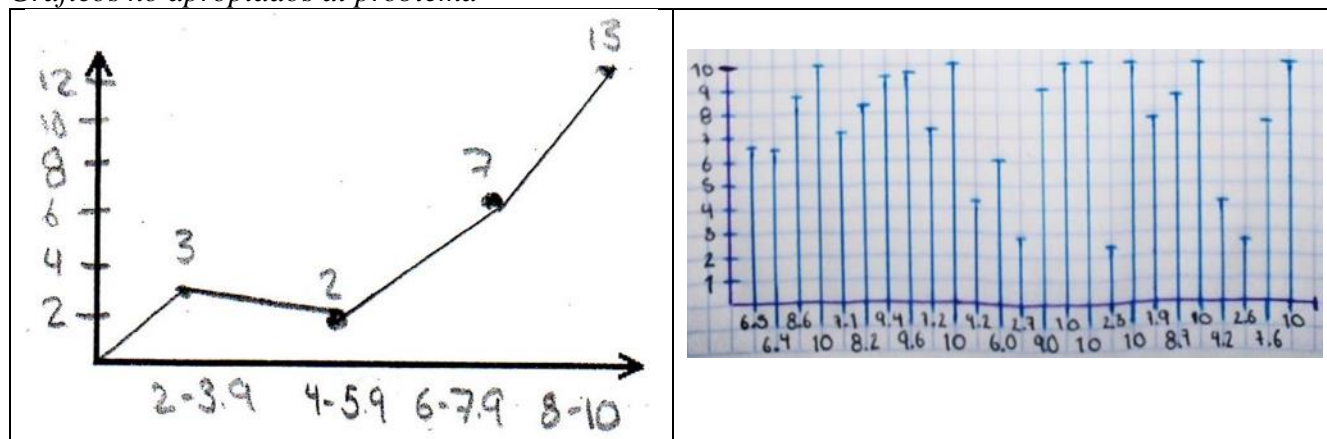
Gráfico con proporcionalidad incorrecta en los valores de la recta real



C3.7. *Gráfico no apropiado al problema.* En esta categoría incluimos tres respuestas en que los alumnos no usan barras para representar los datos adecuados al tipo de problema ni de variable, en lugar de ello, utilizan líneas representando únicamente los valores superiores del intervalo, como en la figura C3.7a, que deja ver falta de comprensión en el significado de un intervalo de valores agrupados en la recta numérica y del propósito del área en un histograma, que es proporcional a la frecuencia de los valores representados. Este es otro de los errores no reportados en la investigación revisada. En el caso C3.7b, el alumno representa los datos uno a uno, sin tomar en cuenta el orden de la distribución, sino siguiendo el orden de los datos originales del problema en lugar de agruparlos de acuerdo a la tabla de datos obtenida previamente. Observamos diversos conflictos semióticos en esta respuesta al no asociar los elementos de significado implícitos en el gráfico, como concepto de gráfico de barras, frecuencia, datos agrupados, variable, escala, orden, entre otros.

Figura 12

Gráficos no apropiados al problema



C3.7a. Usa líneas en vez de barras.

C3.7b. Usa líneas para representar cada uno de los datos.

La Tabla 2 presenta un resumen de los errores identificados y la frecuencia total. Como se puede observar a simple vista, los conflictos más repetidos entre los estudiantes son omitir en la recta real los valores nulos (54) y además, omitir los rótulos y las etiquetas (20). A estas respuestas las hemos clasificado en la subcategoría C2.2, como gráficos parcialmente correctos.

Otro sector representativo de respuestas erróneas las hemos agrupado en las respuestas incorrectas, que son variantes de la anterior acompañadas de otros conflictos simultáneamente, como por ejemplo: representar cada valor de la variable junto con su frecuencia, lo que podría asumirse como confusión del valor de la variable; así también distribuir los datos en escalas inadecuadas, es decir, representar los datos de los intervalos sin seguir el orden adecuado.

La otra parte de los errores son menos frecuentes, pero no menos importantes, como invertir las variables en los ejes cartesianos o distribuir los valores de la recta sin una proporción adecuada.

Tabla 2

Frecuencia y porcentaje de errores identificados en el problema propuesto

Categoría	Error identificado	Frecuencia
C1	Gráficos básicamente correctos	10
C2	Gráficos parcialmente correctos, con ausencia de rótulos en los ejes y etiquetas en las escalas	4
C2.1	Valores numéricos faltantes en la recta real	24
C2.2	Valores numéricos faltantes en la recta real y ausencia de rótulos y etiquetas.	54
C3	Gráficos incorrectos	
C3.1	Valores numéricos faltantes en la recta real y error al representar cada valor de la variable junto con su frecuencia	8
C3.2	Valores numéricos faltantes en la recta real y escalas inadecuadas	7
C3.3	Intercambia frecuencia y valor de la variable en los ejes	2
C3.4	Invierte la distribución de los datos en los ejes para representar la variable	4
C3.5	Invierte la distribución de los datos en los ejes y usa escala inadecuada	1
C3.6	Proporcionalidad incorrecta en los valores de la recta real	5
C3.7	Gráfico no apropiado al problema	3
Total		122

5. CONCLUSIONES

En nuestro estudio hemos encontrado conflictos y errores que han sido señalados por otros autores y también otros propios de nuestra investigación. Entre estos, resaltan los siguientes:

Los estudiantes presentan problemas en la comprensión gráfica, pues cometen fallos antes de construir el gráfico, como errores de conteo al agrupar los datos en los intervalos, así también, no reconocen la variable de análisis para luego elegir el gráfico adecuado.

Los más frecuentes que encontramos se vinculan con los elementos de significado del tipo conceptual en relación a la representación cartesiana con los números naturales, decimales y orden, pues un alto número de alumnos de nuestra muestra no asignan los valores implícitos en la recta desde su origen, es decir, como la distribución de datos en el problema planteado no incluye valores nulos, los alumnos los omiten y no los trasladan al gráfico.

Otro error muy recurrente es la ausencia de rótulos y etiquetas, que detectamos en cualquiera de los casos que seguiremos comentando. Estos son conflictos que ya han reportado Arteaga y cols. (2016).

En otros aspectos, al llevar los datos de la tabla a la gráfica, los alumnos confunden los ejes o usan escalas inadecuadas en los mismos, muchos de los cuáles se deben a problemas en la comprensión de la representación de números en la recta real o a la proporcionalidad (Bruno y Espinel, 2005; Arteaga et al., 2016).

Mayén, S. y Mayorga, M. (2022). Presencia de errores en la construcción de gráficos estadísticos por estudiantes de bachillerato. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-21. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.5>

Confirmamos también otro error ya reportado por Ruiz (2006), de transponer las variables que corresponden a cada eje, lo que significa intercambiar frecuencia y valor de la variable en los ejes, esto causa una descomposición total en la intención del problema.

Respecto a los hallazgos propios de nuestro trabajo, obtuvimos respuestas en que los alumnos invierten los intervalos en los ejes, representando los datos en barras horizontales. Una variante de este conflicto, es acomodar los datos en una escala inadecuada, como por ejemplo, invertir los valores de los ejes.

Por parte del profesorado, es relevante atender la carencia de conocimientos en los estudiantes para elaborar e interpretar gráficos estadísticos elementales, por lo que consideramos necesario, proponer métodos eficaces para formar estadísticamente a los estudiantes, que incluyan actividades para fomentar tanto el reconocimiento de todos los elementos que integran los gráficos, como las variables de análisis, su clasificación y el gráfico adecuado para representarlas, (gráficos de barras, de líneas y sectores, gráficos de puntos y pictogramas, ...). Así también, intervención de actividades para una correcta lectura de estos, dando paso a una evolución favorable en el proceso del pensamiento estadístico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. M. y Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 15-40.
- Arteaga, P., Díaz-Levicoy, D. y Batanero, C., (2018). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria: revisión de la literatura. *Revista digital. Matemática, Educación e Internet*, 18 (1), 1-12. <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/3255/2954>
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Universidad de Granada.
- Ben-Zvi, D. (2002). Seventh grade students' sense making of data and data representations. En B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education*. http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=ICOTS_6_2002.
- Ben-Zvi, D. y Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield, y G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 54-64). International Statistical Institute.
- Bruno, A. y Espinel, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas*, 7, 57-85.
- Curcio, F. R. (1987). *Developing graph comprehension*. National Council of Teachers of Mathematics.
- DEMS (1997). *Programa de Estudios Probabilidad y Estadística*. Instituto Politécnico Nacional. Secretaría Académica. Dirección de Educación Media Superior. México.
- Diccionario Enciclopédico Larousse Conciso Ilustrado (2001). Primera Edición. México, DF.
- Espinel, F., María C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática XI*, 99-119.

Mayén, S. y Mayorga, M. (2022). Presencia de errores en la construcción de gráficos estadísticos por estudiantes de bachillerato. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-21. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.5>

- Espinel, M. C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. En M. Camacho, P. Flores, M. P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 99-119). SEIEM.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 124-158.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Bencomo, D. (2005). Conflictos epistémicos en un proceso de estudios de la noción de función. Implicaciones para la formación de profesores. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, 349-355.
- Herrera, G. (2018). *El azaroso arte del engaño. Historias del mundo de la casualidad y la estadística*. Taurus.
- Jácome, L. (2009). *El pensamiento estadístico en estudiantes de secundaria: el caso de descripción, representación y análisis de datos* [Tesis de Maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados].
- Li, D. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14(1), 2-8.
- López, R., Montenegro, E. I. y Guillot, L. (2018). Algunos errores matemáticos básicos y su manifestación en la educación superior. *Revista de Investigación, Formación y Desarrollo: Generando Productividad Institucional*, 6(3), 1-9.
- Mayén, S., Díaz, C., y Batanero, C. (2009). Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. *Statistics Education Reseach Journal*, 8(2), 74-93.
- Nava Garcés, A. E. (2007). *El error en el derecho penal*. Porrúa.
- ONU, CEE (2009). *Como hacer comprensibles los datos, Parte 2. Una guía para hacer comprensibles los datos*. ONU.
- Ruiz, B. (2006). *Un acercamiento cognitivo y epistemológico a la didáctica del concepto de variable aleatoria* [Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional - Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada].
- SEP (2006). *Programa de estudio, educación secundaria*. Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.

Como citar:

Mayén, S. y Mayorga, M. (2022). Presencia de errores en la construcción de gráficos estadísticos por estudiantes de bachillerato. *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-21. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.5>



Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.